12. משולשים

רקע

בפרק עוסקים בנושאים הקשורים למשולשים: תכונותיהם, בניית משולשים על-פי אורכי צלעות וזוויות נתונות, הגדרת מנסרה משולשת (ישרה), חישוב שטח הפנים, שטח המעטפת ונפח של מנסרה משולשת (ישרה).

המטרות של הפרק הן לרענן את הזיכרון של התלמידים בנושא *משולשים*, להכין אותם להבנת משפטי חפיפת משולשים, שיילמדו בכיתה ח', להעמיק את היכרות התלמידים עם גופים מרחביים – מנסרה משולשת (ישרה).

התלמידים עסקו בנושא משולשים בבית-הספר היסודי, ושם הכירו מיון משולשים לפי צלעות ולפי זוויות, למדו על גבהים במשולש ועסקו בחישוב שטח משולש.

החידושים המובאים בפרק:

- פיתוח המיומנות: בניית משולש על-פי שתי צלעות והזווית שביניהן, שתי זוויות והצלע שביניהן, שלוש צלעות (הכנה למשפטי חפיפה);
- סכום זוויות המשולש וסכום זוויות המרובע;
- זווית חיצונית במשולש;
- חישוב שטח הפנים, שטח המעטפת ונפח המנסרה;
- הסברים ונימוקים מפורטים יותר מאלה שניתנו בבית הספר היסודי, ואפילו חלקי הוכחות.

הנושאים הנלמדים חשובים להמשך הלימודים בחטיבת הביניים ובלימודי גאומטריה דדוקטיבית.

מומלץ להקדיש לפרק זה כ- 10 שעות לימוד.

הקשיים בפרק נובעים בעיקר מהצורך לעקוב אחרי ההסברים הסוללים דרך להוכחות דדוקטיביות.

מומלץ להשתמש בתהליך ההוראה בכלי בנייה (סרגל, מד-זווית, מחוגה, מספריים) ובאמצעי המחשה מתאימים (צורות מישוריות גזורות, מנסרות ישרות ופריסותיהן).

בחלק מהמשימות מומלץ להשתמש בלוח מחיק.

מושגים ומונחים

משולש, צלע, קדקוד, זווית, צלע מול קדקוד, צלע מול זווית, זווית מול צלע, קדקוד מול צלע, משולש שונה-צלעות, משולש שווה-שוקיים, משולש שווה-צלעות, משולש חד-זוויות, משולש ישר-זווית, משולש קהה-זווית, קדקודים סמוכים וקדקודים שאינם סמוכים במצולע, אלכסון של מלבן, משולשים חופפים, יתר, ניצב, שטח, שטח משולש, נוסחת שטח משולש, זווית חיצונית במשולש, מנסרה, מנסרה משולשת, פאות במנסרה, בסיסי מנסרה, גובה במנסרה, שטח פני מנסרה, שטח מעטפת של מנסרה, נפח מנסרה.

מבנה הפרק

מדור א. המשולש

א. 1 מיון משולשים

א. 2 בניית משולשים

מדור ב. זוויות במשולש ובמרובע

ב. 1 סכום זוויות במשולש

ב. 2 זוויות במרובע

מדור ג. מנסרה

ג. 1 מבוא

ג. 2 פריסת מנסרה – שטח פנים של מנסרה

ג. 3 נפח מנסרה

השיעור בספר הלימוד

מגלים ולומדים עמ' 606

א. המשולש

א.1. מיון משולשים

חוזרים על המונחים הידועים, ובעיקר על המונח **"צלע מול קדקוד"** הייחודי למשולש.

מגלים (עמ' 606)

א התלמידים כבר ראו בפרק "המלבן" איך נותנים לצורה את שמה (בכיוון השעון או בכיוון ההפוך, אך בלי דילוגים).

ב **KMB**, **MBK**, **MKB**, **KBM**, **BMK**. כדאי שהתלמידים יכתבו את הצעותיהם על לוח מחיק. 6 שמות.

ג צלע **KM**, קדקוד **M**.

לומדים (עמ' 606)

חזרה על המושגים שקשורים למשולש, שנלמדו בבית הספר היסודי: צלעות, קדקודים. החידוש הוא הכתיבה הפורמלית של משולש – הסימון. יש להדגיש כי הסימון מחליף את המילה "משולש", ולכן כאשר משתמשים בו, אין צורך לכתוב את המילה "משולש". חשוב לתרגל את כל סוגי הרישומים – רישום הקדקודים בסדר שונה, רישום הצלעות באמצעות שני קדקודים (2 אותיות גדולות) או באמצעות אות קטנה. המושגים "צלע **מול** זווית" ו"זווית **מול** צלע" שימושיים מאוד לתיאור נתונים ובעתיד לניסוח משפטים.

משימות

1 בבית הספר היסודי למדו התלמידים למיין את המשולשים על-פי שני קריטריונים:
- **על-פי זוויות:** משולש חד-זוויות, משולש קהה-זווית ומשולש ישר-זווית;
- **על-פי שוויון הצלעות:** משולש שונה-צלעות, משולש שווה-שוקיים, משולש שווה-צלעות.

מטרת המשימה היא לרענן ידע זה.

2 אחת המיומנויות החשובות להתמצאות בגאומטריה היא זיהוי תכונות וקשרים על-פי סימון בסרטוט. במשימה זו מפתחים את המיומנות של זיהוי סוגי משולשים על-פי סימון.

3 סימון מרכיבים של סרטוט על-פי הוראות הוא מיומנות נוספת שיש לפתח. מה שחשוב במשימה הוא לא הסרטוט, אלא נכונות השמות.

4 מומלץ לפתור את המשימה בכיתה בעל-פה. תלמידים יכולים להשתמש בשם המשולש (בלי הסרטוט) ולענות על השאלות.

ד לא. נימוק אפשרי: הנקודה **P** היא אחד מקצוות הצלע **PC**.

5 מומלץ לפתור את המשימה בכיתה ולהקפיד על ניסוח הנימוקים לפי הדוגמה (גם אם הנימוק מובן מאליו).

ב משולש שווה-שוקיים וקהה-זווית, כי יש לו שתי צלעות שוות וזווית אחת קהה.

ג משולש ישר-זווית, כי יש לו זווית ישרה.

ד משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים, כי יש לו זווית ישרה ושתי צלעות שוות.

ה המשולש שווה-צלעות, כי כל הצלעות שוות.

6 זיהוי סוגי משולשים על-פי מידות הזוויות. התלמידים למדו על מידות הזוויות בכיתה ה'. מומלץ לפתור את המשימה בכיתה בעל-פה. הערה: אף-על-פי שהתלמידים למדו בבית הספר היסודי שלמשולש שווה-שוקיים יש שתי זוויות שוות, תשובה זו אינה נדרשת בסעיף ב' של המשימה.

א קהה-זווית. ב חד-זווית. ג ישר-זווית. ד קהה-זווית.

7 זיהוי סוגי משולשים על-פי אורכי הצלעות. מומלץ לפתור את המשימה בעל-פה.

א שונה-צלעות. ב משולש שווה-שוקיים. ג שונה-צלעות. ד משולש שווה-צלעות.

8 מומלץ לפתור את המשימה בכיתה בעל-פה. תלמידים יכולים להשתמש בשם המשולש (בלי הסרטוט) לקביעת נכונות ההיגדים. א לא-נכון. ב נכון. ג נכון.

9 חזרה על תכונת החפיפה לגבי משולשים. מומלץ לפתור את המשימה בכיתה בעל-פה.

10 ניתוח סרטוט. זיהוי משולשים. א 4 ב **BAO**, **BEC**, **BED**.

11 זיהוי סוגי משולשים על-פי מדידות. א **AEB** ב **BED** ג **BDC**

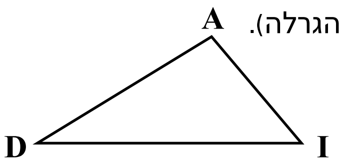
12 בסרטוט משולש. מצולע הוא קו שבור סגור. קו שבור מורכב מקטעים, וכל שני קטעים סמוכים **אינם על אותו ישר**, לכן הנקודה **D** אינה קדקוד של מצולע, אלא נקודה על הצלע של המשולש **ABC**.

13 משימה פתוחה לשיעורי בית. **א** בסרטוט 8 משולשים.

14 יישום שמות המשולש .

א כן. הבנות מוציאות אותיות שונות: נבחר הא"ב הלועזי, כי אין בו אותיות סופיות.

ב הבנות אינן צריכות להחליף מקום. זהו אחד היישומים של מתן שם למשולש. אפשר להתחיל בכל קדקוד ולכתוב את שמות הקדקודים בכיוון השעון או בכיוון ההפוך (לפי ההגרלה). למשל, האותיות הן **A**– **I** – **D**. המשולש המתאים לסדר הוא **ADI** בכיוון ההפוך לכיוון השעון. מומלץ לבקש מהתלמידים לתת דוגמה. אפשר להרחיב את המשימה ולשאול מה היה קורה אילו ארבע חברות היו מוציאות אותיות שונות? האם ייתכן שהן היו צריכות להחליף מקום?



פיצוחים

15 28 משולשים.

במשימות 16 – 17 יש לזהות את סוג המשולש עפ"י תכונות המצולעים.

16 צלעות נגדיות במלבן שוות, לכן: $5 = \mathbf{MN} = \mathbf{OG}$. לכן המשולש הוא משולש שווה-שוקיים.

17 צלעות נגדיות במקבילית שוות, לכן: $3 = \mathbf{OM} = \mathbf{LE}$. לכן המשולש הוא משולש שווה-צלעות.

18 משולש **BCD** הוא משולש ישר-זווית. שטח משולש ישר-זווית שווה למחצית מכפלת ניצביו.
לכן: $12 = \frac{\mathbf{BC}}{2} \cdot 6$, $\mathbf{BC} = 4$. לכן המשולש הוא משולש שווה-שוקיים. $\mathbf{AC} = \mathbf{BC} = 4$.

19 **א** המשולש **SOT** הוא משולש ישר-זווית לפי הנתונים.

ב כדי לנמק שמשולש **SQR** הוא משולש ישר-זווית ($\sphericalangle \mathbf{SQR} = 90°$) אפשר להשתמש בתכונת שוויון זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים או בתכונה "ישר מאונך לאחד משני ישרים מקבילים מאונך לשני".

20 **א** 36.

ב 24 משולשים ישרי-זווית (מתוכם 16 שווי-שוקיים); 4 משולשים שווי-שוקיים, 8 משולשים שוני-צלעות.

ג 13 משולשים.

2.א. בניית משולשים

חלק זה מוקדש לבניית משולש על-פי שתי צלעות והזווית שביניהן (קטע שיעור ראשון), שתי זוויות והצלע שביניהן (הפירוט בעמוד "מיומנויות"), שלוש צלעות (קטע שיעור שלישי). צורך לסוגיה התנאי לקיום משולש כדי להראות שלא כל בנייה היא אפשרית.

מגלים (עמ' 611)

א תחילה אפשר להקצות קטע באורך 5 ס"מ. לאחר מכן מודדים את הזווית המתאימה באמצעות מד-זווית ומעתיקים את הזווית לאחד הקצוות של הקטע. לאחר מכן מסמנים על השוק השנייה של הזווית קטע באורך 4 ס"מ. לבסוף יש לחבר בין קצות הקטעים כדי לקבל משולש.

ב כל המשולשים שהתקבלו אכן חופפים.

<u>הערות</u>: חשוב לאפשר לתלמידים להשתמש בכלי סרטוט מתאימים לבניית המשולש. לבנייה ולהתנסות בפועל חשיבות עליונה בעיסוק בגאומטריה קדם-דדוקטיבית. מומלץ לחזור על המושג "חפיפה" שנלמד בפרק ג', לדון מתי שני משולשים חופפים, וכיצד אפשר לבדוק חפיפה. אפשר גם לדון בשאלה מדוע, לדעתם, התקבלו משולשים חופפים. זאת כדי לפתח אינטואיציה ראשונית לקראת הלימוד של משפטי חפיפת משולשים בכיתה ח'.

לומדים (עמ' 611)

בקטע השיעור חוזרים על אופן הבנייה של משולש על-פי אורכים נתונים של שתי הצלעות וזווית שביניהן. התהליך דומה למה שנעשה בפעילות הגילוי. אפשר לבדוק אם הצעדים תואמים. גם כאן, חשוב שתלמידים יהיו מצוידים בכלי בנייה מתאימים – סרגל, מד-זווית, מחוגה (לא-חובה).

משימות

במשימות 21 – 24 בונים משולשים כאשר נתונים אורכי שתי צלעות ומידת הזווית שביניהן.
מומלץ לבצע בנייה אחת בכיתה וכמה בניות לשיעורי בית (לפי רמת הכיתה).
במשימה 22 יש לזהות בנוסף לבנייה, את סוג המשולש לפי הזוויות.
במשימה 24 יש לזהות בנוסף לבנייה, את סוג המשולש לפי הצלעות.

לומדים (עמ' 612)

כאן מודגם תהליך בניית משולש על-פי אורך צלע ומידתן של שתי זוויות נתונות. חלק זה מופיע בעמוד "מיומנויות" ומתאים לתלמידים מתקדמים יותר.

משימות

במשימות 25 – 27 בונים משולשים כאשר נתונים אורכי שתי צלעות ומידת הזווית שביניהן.
מומלץ לבצע בנייה אחת בכיתה וכמה בניות לשיעורי בית (לפי רמת הכיתה).
במשימה 26 יש לזהות בנוסף לבנייה, את סוג המשולש לפי הזוויות.
במשימה 27 יש לזהות בנוסף לבנייה, את סוג המשולש לפי הצלעות.

לומדים (עמ' 613)

בקטע שיעור זה לומדים לבנות משולש על-פי אורכי צלעות נתונים. לצורך זה יש להשתמש בסרגל ובמחוגה. גם כאן ההתנסות היא חשובה, ויש לדאוג לציוד מתאים. חשוב מאוד להדגים את אופן הבנייה על הלוח וגם לאפשר לתלמידים התנסות מתאימה. בסיום התהליך אפשר למדוד את אורכי הצלעות במשולש שהתקבל ולוודא כי אכן הן מתאימות לדרישות המשימה.

משימות

במשימות 28 – 29 בונים משולשים כאשר נתונים אורכי שלוש צלעות.
מומלץ לבצע בנייה אחת בכיתה וכמה בניות לשיעורי בית (לפי רמת הכיתה).
במשימה 29 יש לזהות בנוסף לבנייה, את סוג המשולש לפי הזוויות.
במשימה 30 נתונים אורכי 2 צלעות והיקף המשולש. יש לחשב תחילה את אורך הצלע השלישית בעזרת הנתונים.

31 הכנה לקטע השיעור הבא. מבית הספר היסודי תלמידים מכירים את התכונה: הדרך הקצרה ביותר בין שתי נקודות היא קטע הישר העובר ביניהן.

לומדים (עמ' 615)

כאן נלמד תנאי לקיום משולש: אורך כל צלע במשולש קטן מסכום האורכים של שתי הצלעות האחרות.
ההצדקה לתכונה היא האקסיומה האינטואיטיבית "הדרך הקצרה ביותר בין שתי נקודות היא הקטע המחבר ביניהן", והיא מסייעת גם בהבנת התכונה וגם בזכירתה. חשוב לפתח אינטואיציה של תלמידים ולשאול מדוע, לדעתם, התכונה נכונה, ומה יקרה אם סכום אורכי הצלעות יהיה קטן מאורך הצלע השלישית. אפשר לבקש לסרטט דוגמה למשולש שאורכי הצלעות שלו הם 2 ס"מ, 2 ס"מ ו- 10 ס"מ, ולראות כי אורכי הצלעות לא מתאימים לתכונה, ולכן לא התקבל משולש (הצורה לא נסגרה). יש להזכיר את משמעות הסימנים ($>$, $<$) ואת צורת הכתיבה המקובלת באלגברה.

משימות

32 אי-אפשר לבנות משולש במידות הנתונות בסעיפים ג' ו- ד'. ($2 + 3 < 6$, $2 + 2 < 6$).

33 משימה פתוחה. דונו בהצעות התלמידים בכיתה.

34 משימה פתוחה המבוססת על השאלה הקודמת. דוגמאות:

א 7 ס"מ, 4 ס"מ, 4 ס"מ.

ב 9 ס"מ, 4 ס"מ, 2 ס"מ.

35 מומלץ לפתור את המשימה בכיתה בעל-פה. **א** כן ($4 + 5 > 7$) **ב** לא ($7 + 6 < 17$)

36 **ב** דוגמה: 3 ס"מ במקום 1 ס"מ. הצלע הקטנה צריכה להיות גדולה מ- 2 ס"מ.

37 הכללת תנאי קיום משולש. נניח ש- a הוא הצלע הגדולה ביותר.

א כל צלע קטנה מסכום הצלעות אחרות. נתון ש- $a > b$ ו- $a > c$; $b < a + c$ כי $a > b$; $c < a + b$ כי $a > c$. תנאי הקיום של משולש הוא "**כל** צלע קטנה מסכום הצלעות אחרות", כלומר $a < b + c$.

ב $a + c > b$ לכן $a > b - c$. $a + b > c$ לכן $b > c - a$. $c + b > a$ לכן $c > a - b$.

חשוב לבצע את המשימות 38 – 39 בכיתה. משימה 38 היא הקדמה למשימה 39, ושתיהן הכנה לקטע השיעור הבא.

38 א **EL** הוא המרחק מ- **E** לישר ***a***.
ב **KL** הוא המרחק מ- **K** לישר ***d***.
ג **BK** הוא המרחק מ- **B** לישר ***a***. **E** נמצאת על הישר ***d*** לכן **LK < EK**.
ד **BE** הוא המרחק מ- **B** לישר ***d***.

39 הנקודה **K** נמצאת על הישר ***a***, **EL** הוא המרחק מ- **E** לישר ***a***, לכן **EL < EK**. סעיף א' לא נכון וסעיף ב' נכון.
הנקודה **E** נמצאת על הישר ***d***, **KL** הוא המרחק מ- **K** לישר ***d***, לכן **KL < EK**. סעיף ג' נכון וסעיף ד' לא נכון.
הנקודה **L** נמצאת על הישר ***a***, **BK** הוא המרחק מ- **B** לישר ***a***, לכן **BK < BL**. סעיף ה' נכון וסעיף ו' לא נכון.
הנקודה **L** נמצאת על הישר ***d***, **BE** הוא המרחק מ- **B** לישר ***d***, לכן **BE < BL**. סעיף ז' לא נכון וסעיף ח' נכון.

לומדים (עמ' 616)

מסקנה של משימות 38 ו- 39. תכונה של משולש ישר-זווית: היתר גדול מכל אחד מהניצבים. המושגים הקשורים למשולש ישר-זווית מוכרים לתלמידים. יש להזכיר את הסימון המקובל לזווית ישרה וגם שהיתר נמצא תמיד ממול לזווית הישרה.

משימות

מומלץ לפתור את המשימות 40 – 44 בעל-פה.

40 זיהוי צלעות של משולש ישר-זווית על-פי שם המשולש. כדאי לבצע את המשימה בעל-פה בכיתות חלשות.

41 סעיפים ב' ו- ג' נכונים.

42 יישום השיעור. הנקודה **M**.

43 תשובות ב' או ד'. (התלמידים אינם יודעים את משפט פיתגורס, לכן אפשר לקבל גם את תשובה ד'.)

44 לא, כי היתר גדול מהניצבים, ואחת מהצלעות השווה לו היא ניצב.

46 אלכסוני המלבן שווים באורכם וחוצים זה את זה, לכן $\frac{\mathbf{AC}}{2} = \frac{\mathbf{BD}}{2} = \mathbf{BM}$. מאוחר יותר ילמדו התלמידים שזו אחת מהתכונות המאפיינת משולש ישר-זווית.

47 כל המשולשים ישרי-הזווית. לא חשוב אילו נקודות יבחרו התלמידים. אפשר להרחיב את המשימה ולהראות שהתיכון של כל משולש שווה לרדיוס המעגל, כלומר לחצי היתר של המשולש.

פיצוחים

48 א ס"מ. ב מ"מ. ג מ'. ד ס"מ או מ"מ.

ב. זוויות במשולש ובמרובע

ב.1. סכום זוויות במשולש

מגלים (עמ' 618)

אפשר לחלק את המשולש לשלושה חלקים באופנים שונים. חשוב להקפיד שבכל חלק תהיה אחת מזוויות המשולש.

כאשר "מרכיבים" משלוש הזוויות זווית אחת, מתקבלת זווית שטוחה.

לומדים (עמ' 618)

בקטע שיעור זה מובאת הוכחה לכך שסכום הזוויות הפנימיות במשולש הוא $180°$.

ההוכחה מבוססת על ישרים מקבילים ועל שוויון הזוויות המתחלפות, נושא שנלמד בפרק 6.

ב"העמקה" (עמ' 648) ניתן נימוק נוסף לסכום זוויות במשולש על-ידי הקשר בין מלבן לבין משולש ישר-זווית.

משימות

במשימות 49 – 50, 52 – 53 מבקשים לחשב את מידת הזווית השלישית במשולש כלשהו.

זוהי מיומנות בסיסית בשאלות בגאומטריה. אפשר לפתור חלק מהמשימות בעל-פה.

49 א $\measuredangle A = 60°$ ב $\measuredangle A = 70°$

50 א $\measuredangle B = 58°$ ב $\measuredangle B = 6°$

51 משימה שמומלץ לפתור בעל-פה. א לא. ב כן. ג כן.

52 א $\measuredangle A = 72°$ ב $\measuredangle A = 90°$

53 א $48°$ ב $58°$. ג $60°$

54 שתיים מהזוויות במשולש שווה-שוקיים הן שוות. אם נניח שהן קהות, סכומן יותר מ- $180°$. אם נניח שהן ישרות, סכומן $180°$. מאחר שבמשולש סכום הזוויות הוא $180°$, שתי ההנחות לא תיתכנה, לכן שתי הזוויות השוות חייבות להיות חדות. הזווית הנוספת, השונה, יכולה להיות חדה או ישרה או קהה. כאשר הזווית הנוספת ישרה, מידתה של כל אחת מהזוויות השוות היא $45°$.

55 א $60°$ ו- $60°$. בכל מקרה כל זוויות המשולש שוות. הזווית הנתונה יכולה להיות זווית הראש או אחת מזוויות הבסיס.

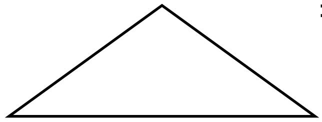
ב $30°$ ו- $30°$. הזווית הנתונה היא בהכרח זווית הראש.

ג $70°$ ו- $70°$. הזווית הנתונה היא זווית הראש.

תיתכן התשובה $100°$ ו- $40°$. הזווית הנתונה היא אחת הזוויות השוות.

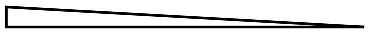
56 בכל משולש סכום הזוויות הפנימיות הוא $180°$. הזווית הקהה היא הזווית השונה, זווית הראש, שתי הזוויות

השוות חדות. דוגמה:



57 כן. $45°–90°–45°$. מסקנה ממשימה 54.

58 $90°$. כן. הזוויות החדות יכולות להיות בכל מידה הקטנה מ- $90°$. דוגמה:



59 סכום זוויות במשולש הוא $180°$. אם זווית אחת היא ישרה, סכום שתי הזוויות האחרות הוא $90°$, לכן כל אחת חדה.

60 $30° - 30°$. (כל זווית שווה ל- $\frac{180 - 120}{2}$ מעלות.)

61 יש הרבה אפשרויות. אם שתי זוויות חדות, הזווית השלישית יכולה להיות חדה או ישרה או קהה.

במשימות 62 – 68 משלבים אלגברה וחישובי זוויות. דרך אפשרית לפתרון: מחברים את מידות הזוויות הנתונות ומחסרים את הסכום מ- 180. התוצאה היא מידת הזווית המבוקשת.

62 **א** $\sphericalangle\mathbf{B} = 80° - \boldsymbol{x}$ **ב** $\sphericalangle\mathbf{B} = 130° - \boldsymbol{x}$

63 **א** $\sphericalangle\mathbf{B} = 180° - 3 \cdot \alpha$ **ב** $\sphericalangle\mathbf{B} = 180° - 2 \cdot \alpha$

64 בסעיפים א' ו- ב' מומלץ לדון עם כל התלמידים בשאלה כיצד מבצעים את החישוב, לפני שכותבים את הפתרון במחברת. כאשר כותבים במחברת, חשוב שהתלמידים ינמקו את פתרונם באופן מילולי.

א דוגמה לכתיבת פתרון לסעיף א':

סכום הזוויות במשולש הוא $180°$, לכן $\alpha + 2 \cdot \alpha + 3 \cdot \alpha = 180°$, $6 \cdot \alpha = 180°$, $\alpha = 180 : 6 = 30°$, $3 \cdot \alpha = 3 \cdot 30 = 90°$, $2 \cdot \alpha = 2 \cdot 30 = 60°$. מוודאים שסכום הזוויות הוא $180°$. בכתיבת התשובה מסמנים את יחידת המידה שהיא מעלות.

תשובה: מידותיהן של זוויות המשולש הן $30°$, $60°$, $90°$.

ב התשובות לסעיף ב': מידתה של כל זווית היא $60°$.

ג מידות הזוויות הן $8°$, $28°$ ו- $144°$.

65 $\sphericalangle\mathbf{A} + \sphericalangle\mathbf{B} + \sphericalangle\mathbf{C} = 180°$, לכן $\boldsymbol{x} + 2 \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{x} = 4 \cdot \boldsymbol{x} = 180°$. לפיכך $\boldsymbol{x} = 45°$.

$\sphericalangle\mathbf{C} = 90°$, $\sphericalangle\mathbf{A} = \sphericalangle\mathbf{C} = 45°$.

66 $\sphericalangle\mathbf{A} + \sphericalangle\mathbf{J} + \sphericalangle\mathbf{K} = 180°$, לכן $\boldsymbol{x} + 20 + \boldsymbol{x} + 30 + \boldsymbol{x} + 10 = 3 \cdot \boldsymbol{x} + 60 = 180°$. לפיכך $\boldsymbol{x} = 40°$.

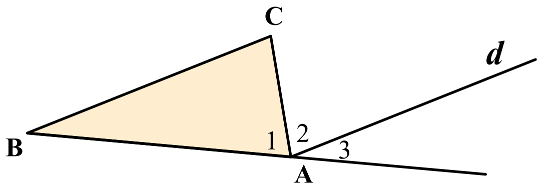
$\sphericalangle\mathbf{A} = 60°$, $\sphericalangle\mathbf{J} = 70°$, $\sphericalangle\mathbf{K} = 50°$.

67 $\boldsymbol{x} = 22°$; $\sphericalangle\mathbf{A} = 22°$, $\sphericalangle\mathbf{B} = 64°$, $\sphericalangle\mathbf{C} = 94°$.

68 $\sphericalangle P = 45^\circ$, $\sphericalangle O = 100^\circ$, $\sphericalangle K = 35^\circ$.

69 הציעו לתלמידים לסרטט סקיצה כדי לעקוב אחרי הנתונים. $\sphericalangle P = 40^\circ$. בכיתות חזקות אפשר לבקש לנמק את התוצאה.

70 הנימוק מתבסס על כך שסכום הזוויות הפנימיות במשולש הוא 180°. זוהי מסקנה ממשימה 69.



71 360°. סכום הזוויות של שני משולשים.

72 סכום הזוויות $1 + 2 + 3$ הוא זווית שטוחה המורכבת מ- $\sphericalangle 1$ מהמשולש,
מ- $\sphericalangle 2$ השווה ל- $\sphericalangle C$ (זוויות מתחלפות), ומ- $\sphericalangle 3$ השווה ל- $\sphericalangle B$ (זוויות מתאימות).
הכנה לקטע השיעור הבא.

לומדים (עמ' 621)

בקטע שיעור זה מוגדרת זווית חיצונית למשולש, ומוכח המשפט: זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

יש לשים לב שלא כל זווית הנמצאת מחוץ למשולש, מוגדרת כזווית חיצונית למשולש. לכל זווית פנימית של משולש יש שתי זוויות הצמודות לה (הן שוות זו לזו), והן הזוויות החיצוניות. יש זווית נוספת שהיא קדקודית לזווית המשולש (ושווה לה), זווית זו אינה זווית חיצונית למשולש. לכל משולש שלושה זוגות של זוויות חיצוניות, שתי זוויות לכל זווית פנימית.

משימות

73 משימה של יישום הגדרת הזווית החיצונית למשולש. הזוויות 12–10–8–6–4–2.

74 החישוב מתבסס על סכום הזוויות הפנימיות במשולש ועל משפט הזווית החיצונית.
$\sphericalangle 2 = \sphericalangle 4 = 140^\circ$; $\sphericalangle 3 = 90^\circ$; $\sphericalangle 1 = 50^\circ$; $\sphericalangle 5 = \sphericalangle 6 = 130^\circ$.

75 המשולש הוא משולש שווה-צלעות. מידתה של כל זווית פנימית היא 60°. מידת הזווית החיצונית היא 120°.

76 שימוש בשוויון זוויות מתאימות ומתחלפות. כל אחת מהזוויות היא α. מאוחר יותר ילמדו התלמידים את המשפט: חוצה זווית של הזווית חיצונית בקדקוד מקביל לצלע ממול הקדקוד.

77 **א** $\sphericalangle CAE$ **ב** $\sphericalangle CAK = \gamma$; $\sphericalangle KAE = \beta$. **ג** $\beta + \gamma$

78 משימת יישום של שני המשפטים שנלמדו.
$\sphericalangle 1 = 36^\circ$ $\quad 180^\circ - (108^\circ + 36^\circ)$; $\sphericalangle 2 = 72^\circ$ (זווית חיצונית) ; $\sphericalangle 3 = 72^\circ$ $\quad 180^\circ - (72^\circ + 36^\circ)$;

79 תשובה ד'. חזרה על תכונות הזוויות בין ישרים מקבילים וחותך. בכיתות חזקות אפשר לשאול מה המידות של הזוויות **GIM**, **ROM**, **IOE**, **ORT**.

80 $\sphericalangle SAP = 35^\circ$ (סכום הזוויות הפנימיות במשולש **ASP**), וגם $\sphericalangle RAS = 35^\circ$ (זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה). ($65^\circ + \sphericalangle RAS = 100^\circ$).

81 $\sphericalangle \mathbf{HOP} = 40°$, $\sphericalangle \mathbf{HPO} = 25°$, לכן $\sphericalangle \mathbf{OHP} = 115°$.

82 $\sphericalangle \mathbf{BAK} = 12°$, $\sphericalangle \mathbf{A} = 24°$, לכן $\sphericalangle \mathbf{C} = 56°$.

במשימות 83 – 88 קיימות כמה דרכים לנמק את החישובים על-ידי סכום הזוויות במשולש או על ידי תכונות המקבילים.

83 א. $40°$ ב $60°$

84 א. $45°$ ב $120°$

85 המשימה מעודדת שימוש בהגדרות ובתכונות של הזוויות, שנלמדו בפרק "זוויות" ובפרק הנוכְחי.
לאחר חישוב הזוויות הישר $\boldsymbol{a}$ והישר $\boldsymbol{b}$ מאונכים לישר $\boldsymbol{c}$, לכן הם מקבילים.

86 הזוויות המתאימות שוות, לכן מידת הזווית השלישית במשולש היא $120°$, ומידת כל אחת מהזוויות היא $30°$.

87 א $60°$ ב $\boldsymbol{x} = 80°$ $(60° + 20°)$

פיצוחים

88 $\sphericalangle \mathbf{BDA} = 83°$, $\sphericalangle \mathbf{AKB} = 106°$, לכן $\sphericalangle \mathbf{BEK} = 55°$.

ב.2. זוויות במרובע

מגלים (עמ' 625)

1 א דרך א': אפשר למדוד כל אחת מהזוויות במרובע באמצעות מד-זווית ולחשב את סכום הזוויות שהתקבלו.
דרך ב': אפשר לחלק כל מרובע לשני משולשים על-ידי העברת אלכסון כלשהו, ולכפול את סכום הזוויות במשולש ב- 2 וכך לקבל את סכום הזוויות במרובע (כלשהו).

ב סכום הזוויות בכל מרובע הוא 360 מעלות.

2 המרובע מורכב משני משולשים, ולכן סכום הזוויות במרובע שווה לפעמיים סכום הזוויות במשולש, כלומר סכום הזוויות במרובע שווה ל- 360 מעלות.

3 ב אפשר לבצע את ההשלמה באין-סוף דרכים.

ג כל מרובע שיתקבל אפשר לחלק לשני משולשים, ולכן סכום זוויותיו שווה ל- 360 מעלות.

לומדים (עמ' 625)

בחלק זה מופיעה הוכחה שסכום הזוויות הפנימיות במרובע הוא 360 מעלות. כאן אפשר לשאול האם ההוכחה נכונה בכל סוג של מרובע (מרובע קמור או מרובע קעור). אפשר לצייר על הלוח סוגים שונים של מרובעים ולנסות לחלק אותם על-ידי העברת אלכסון וחלוקת המרובע לשני משולשים.

משימות

89 יש לוודא שסכום ארבע המידות הוא $360°$.

א כן. **ב** לא. **ג** לא (זווית במרובע שונה מ- $180°$, כי מרובע הוא קו שבור סגור).

90 פיתוח מיומנות מדידת זוויות.

91 **א** $45°$ **ב** $240°$ (מצולע לא קמור).

92 **א** $80°$ **ב** $140°$

93 פיתוח מיומנות סרטוט זוויות. למרובע שתי זוויות ישרות.

מומלץ לפתור את המשימות 94 – 98 בעל-פה.

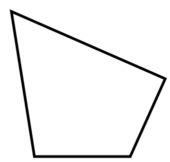
94 לא, כי סכום ארבע זוויות חדות קטן מ- $360°$.

95 כן, המלבן.

96 לא, כי סכום ארבע זוויות קהות גדול מ- $360°$.

97 מלבן.

98 כן. דוגמה:



99 $125°$

100 $\sphericalangle \mathbf{C} = 110°$, $\sphericalangle \mathbf{D} = 70°$, $\sphericalangle \mathbf{B} = 70°$.

101 מידתה של כל זווית היא $55°$.

102 מידתה של כל זווית היא $68°$.

במשימות 103 – 106 משלבים אלגברה וחישובי זוויות.

103 $\boldsymbol{x} = 36°$; $\sphericalangle \mathbf{K} = 36°$, $\sphericalangle \mathbf{I} = 144°$, $\sphericalangle \mathbf{T} = 108°$, $\sphericalangle \mathbf{A} = 72°$.

104 $\boldsymbol{x} = 22.5°$; $\sphericalangle \mathbf{D} = 132.5°$, $\sphericalangle \mathbf{A} = 45°$, $\sphericalangle \mathbf{L} = 22.5°$.

105 $360 - (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z})$ או $360 - \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} - \boldsymbol{z}$.

106 $360 - [\alpha + \alpha + 120 + (140 - \alpha)]$ או $360 - (\alpha + 260)$ או $100 - \alpha$.

ג. מנסרה

ג.1. מבוא

מגלים (עמ' 628)

החטיף הוא בצורת מנסרה.

לומדים (עמ' 628)

תכנית הלימודים כוללת לימוד של מנסרה משולשת ישרה בלבד. לצורך ההמחשה, מומלץ להביא לכיתה דגם של מנסרות מסוגים שונים. חשוב להדגיש את בסיסי המנסרה. למשל, במנסרה משולשת אפשר לקבוע בצורה חד-משמעית מהן הפאות ומה הם הבסיסים. הבסיסים הם משולשים חופפים, והפאות – מלבנים. בשלב זה לימוד הנושא מתבצע באופן אינטואיטיבי, כאשר התלמידים טרם למדו באופן פורמלי מושגים כגון "מישורים מקבילים", "ישר המקביל למישור" וכדומה. אפשר להזכיר את המושגים ולדבר עליהם באופן אינטואיטיבי.
למשל, אפשר להראות כי הבסיסים של המנסרה מונחים זה במקביל לזה, ולהגיד כי כרגע נבין את המושג בצורה אינטואיטיבית ובהמשך הלימודים נכיר את ההגדרות הפורמליות.

משימות

108 חזרה על מונחים שנלמדו בלימוד התיבה. **א** 5 פאות. **ב** 9 מקצועות. **ג** 6 קדקודים.

109 לא. איור של פירמידה. לתלמידים יש נטייה להתבלבל בין פירמידה לבין מנסרה משולשת.

110 במנסרה: $5 + 6 - 9 = 2$. בתיבה: $6 + 8 - 12 = 2$.

112 יש לפתור את המשימה בעל-פה בכיתה. **A** – ג **B** – א **C** – ב

פיצוחים

113 ב – 1 ג – 3 א – 2

ג.2. פריסת מנסרה – שטח פנים של מנסרה

מגלים (עמ' 630)

סרטוט א' הוא פריסה של מנסרה.
סרטוט ב' אינו פריסה של מנסרה משולשת, כי ה"בסיס" התחתון הוא משושה / יש רק בסיס אחד / הפאות הן משולשים.
סרטוט ג' אינו פריסה של מנסרה משולשת, כי הפאות הן משולשים / כי יש רק 4 פאות.
הערה: כדי לבדוק את הפריסות ולפתח אינטואיציה נכונה, מומלץ לגזור ולבצע קיפול בפועל.

לומדים (עמ' 630)

מומלץ להיעזר בפריסה בפועל או בלומדות ממוחשבות מתאימות. כדי להבין את הפריסות חשוב להתנסות בהן בפועל. יש לדון במאפייני המלבנים והמשולשים שיכולים להתחבר למנסרה. אורכי הצלעות חייבים להיות תואמים.

משימות

בפריסות אורכי שתי צלעות סמוכות השייכות לפאות שונות צריכים להיות שווים.
בפריסות אורכי המלבנים צריכים להיות שווים, והמשולשים חופפים.

114 **א** לא. **ב** לא. **ג** כן. **ד** לא. **ה** כן. **ו** לא.

117 הם משולשים שווי-צלעות. אורך כל צלע שווה לרוחב כל מלבן.

לומדים (עמ' 632)

המושג "שטח המעטפת" הוא מושג אינטואיטיבי מאוד – שטח ה"עוטף" את המנסרה. במנסרה משולשת ישרה שטח המעטפת שווה לסכום שטחי שלושה מלבנים – פאות המנסרה. הרבה פעמים נוצר בלבול בין שטח המעטפת לבין שטח הפנים. יש לסייע לתלמידים לזכור את המושגים על-ידי המחשות רבות. מעטפת עוטפת את המנסרה בצדדים, ושטח הפנים הוא שטח של כל פני המנסרה, שכוללים גם את המעטפת וגם את שטח הבסיסים. כאשר מחשבים את שטח המעטפת של מנסרה, יש להדגיש כי לכל המלבנים יש צלע באורך זהה – השווה לגובה המנסרה. מידות הצלעות הנותרות שוות למידות המשולש שהוא בסיס המנסרה.

משימות

120

	1	2	3
א	120 סמ"ר	6 סמ"ר	132 סמ"ר
ב	600 סמ"ר	30 סמ"ר	660 סמ"ר

121 **א**

	שטח המעטפת	שטח בסיס	שטח פנים
1	1,200 סמ"ר	60 סמ"ר	1,320 סמ"ר
2	13,860 סמ"ר	924 סמ"ר	15,708 סמ"ר

.

ב תשובה 2.

חישובים לאחר מכפלת המידות ב- 2.

	שטח המעטפת	שטח בסיס	שטח פנים
1	4,800 סמ"ר	240 סמ"ר	$5,280 = 4 \cdot 1,320$ סמ"ר
2	55,440 סמ"ר	3696 סמ"ר	$62,832 = 4 \cdot 15,708$ סמ"ר

122

	שטח המעטפת	שטח בסיס	שטח פנים
א	160 סמ"ר	12 סמ"ר	184 סמ"ר
ב	2,700 ממ"ר	126 ממ"ר	2,952 ממ"ר

123 **א** 150 סמ"ר.

ב אם מידות המנסרה הן 15, 15, 15 ו- 30, שטח המעטפת הוא $30 \cdot 45 = 1{,}350$.
שטח המעטפת הוכפל ב- 9.
באופן כללי, אם כופלים כל מידה ב- 3, מקבלים $3 \cdot \boldsymbol{a} \cdot (3 \cdot \boldsymbol{b} + 3 \cdot \boldsymbol{c} + 3 \cdot \boldsymbol{d})$, כלומר $9 \cdot \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$.

124 30.8 מ"ר.

125 **א** $36 \cdot \boldsymbol{x} + 108$ **ב** $9 \cdot (\boldsymbol{x} + 10) + 21$

126 **א** $5 \cdot \boldsymbol{x} + 88$ **ב** $128 \cdot \boldsymbol{x} + 2 \cdot 12 \cdot 52$ או $128 \cdot \boldsymbol{x} + 1{,}248$.

127 7 ס"מ.

128 $24 \cdot 2 + \boldsymbol{x} \cdot 24 = 168$. גובה המנסרה: 5 ס"מ.

129 משוואה מתאימה: $10 \cdot (17 + \boldsymbol{x}) + 2 \cdot 30 = 360$; אורך היתר: 13 ס"מ.

ג.3. נפח מנסרה

מגלים (עמ' 635)

בפעילות הגילוי מודגשת משמעות מושג הנפח בהקשר של מנסרה. בפרק 3 למדו התלמידים את משמעות המושג "נפח" ואת נפח התיבה. התהליך זהה בשתי הצורות. יש לצפות למגוון שיטות לחישוב נפח המנסרה שבפעילות הגילוי. דרך אחת – פורסים את המנסרה ל- 5 שכבות זהות לרוחב, מחשבים את הנפח של כל שכבה וכופלים בחמש. כל שכבה מורכבת מ- 6 קוביות יחידה ומעוד 4 חצאי קוביות יחידה. נפחה הוא **8** יחידות מידה. לכן הנפח של כל המנסרה הוא 40 סמ"ק.

דרך נוספת – פורסים את המנסרה לעמודות: 6 עמודות שכל אחת מורכבת מ- 5 קוביות יחידה. הנפח הכולל של העמודות הוא 30 סמ"ק. נוסף על כך – 4 עמודות שכל אחת מורכבת מ- 5 חצאי קוביות שהנפח הכולל של כל העמודות הוא 10 סמ"ק. גם בדרך זו הנפח הכולל של המנסרה הוא 40 סמ"ק.

חשוב מאוד לדבר על יחידות מידה מתאימות לחישוב של נפח. היחידות המוכרות מתאימות גם בחישוב נפח המנסרה.

מומלץ לדבר על כל דרך לחישוב נפח המנסרה שתעלה בכיתה. גם אם הדרך פחות יעילה, חשוב לחשוף את התלמידים למגוון שיטות החישוב. הדבר מסייע בפיתוח חשיבה גמישה ובפיתוח החוש המתמטי.

לומדים (עמ' 635)

בחלק זה מציגים נוסחה לחישוב נפח המנסרה – מכפלת שטח בסיס המנסרה בגובה. חשוב להדגיש כי הנוסחה היא כללית ומתאימה לחישוב נפח מנסרות מסוגים שונים, כאשר ההבדל הוא באופן החישוב של שטח הבסיס. הנוסחה לשטח מובאת בצורה אינטואיטיבית.

משימות

130 א 28 סמ"ק. ב 180 ממ"ק .

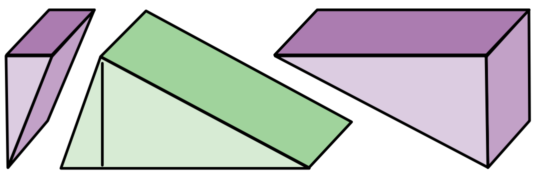
131 א 1 6 סמ"ק. 2 346.5 ממ"ק .
ב נפח המנסרה גדל פי שמונה. תשובה 3.

132 א 24 סמ"ק. ב 48 מ'.

133 א 1 $1{,}260$ סמ"ק $= \frac{9\cdot 14}{2}\cdot 20$ 2 262.5 סמ"ק $= \frac{5\cdot 7}{2}\cdot 15$
ב נפח הפירמידות גדל פי 27.

134 א אפשר לחתוך את התיבה לשתי מנסרות חופפות. לכן נפח התיבה גדול מנפח המנסרה פי שניים.
ב נפח התיבה הוא $a\cdot b\cdot c$. לכן נפח המנסרה הוא $\frac{a\cdot b\cdot c}{2}$.

135 א אפשר לקבל תיבה על-ידי החלקים שכאן.
אפשר לחבר את שתי המנסרות הקטנות
כדי ליצור מנסרה החופפת למנסרה הגדולה.
לכן נפח התיבה גדול פי 2 מנפח המנסרה הנתונה.



ב נפח התיבה הוא $a\cdot b\cdot c$. לכן נפח המנסרה הוא $\frac{a\cdot b\cdot c}{2}$.

136 א 1.62 סמ"ק. ב 25,000 סמ"ק.

137 נפח מעצור הוא 10 סמ"ק.
1,000,000 סמ"ק = 1 מ"ק, לכן ניתן לבנות 100,000 מעצורים עם 1 מ"ק.

138 א $12\cdot x$ סמ"ק $= \frac{x\cdot 4}{2}\cdot 6$. ב $14\cdot x$ מ"ק $= \frac{7\cdot 4}{2}\cdot x$.

139 א $10.5\cdot x$ ממ"ק $= \frac{x\cdot 3}{2}\cdot 7$. ב $28\cdot x$ מ"ק $= \frac{7\cdot 4}{2}\cdot 2$.

140 א $7\cdot x$ סמ"ק $= \frac{x\cdot 2}{2}\cdot 7$. ב $270\cdot x$ ממ"ק $= \frac{6\cdot x}{2}\cdot 90$.

141 א $\frac{7\cdot x^2}{2}$ סמ"ק $= \frac{7\cdot x}{2}\cdot x$ (או $3.5\cdot x^2$); ב $5\cdot x^2$ מ"ק.

142 $x\cdot 15 = 120$. $x = 8$. שטח הבסיס 8 סמ"ר.

143 משוואה מתאימה: $5\cdot x = 60$. גובה המנסרה 12 ס"מ.

144 אפשר לחשב את אורך הצלע שהגובה הנתון "נופל" עליה. משוואה מתאימה: $\frac{x\cdot 4}{2}\cdot 5 = 150$.
אורך אחת הצלעות הוא 15 ס"מ.

מוכנים להמשיך? עמ' 640

1. א 2. ב 4. ב 5. ג 6. ג 7. ב 8. ג 9. ג 10. א

תרגילים נוספים עמ' 641

בחלק מהתרגילים הנוספים חוזרים על המשימות שבפרק, וחלק מיועדים לתלמידים חזקים (סימון "אתגר" בספר).

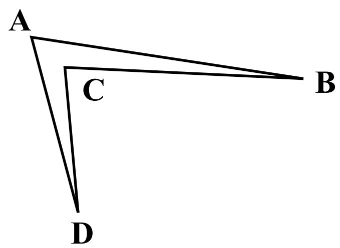
147 נימוק: לכל צלע קדקוד משותף עם הצלעות האחרות.

148 האורך 15 ס"מ יכול להיות אורך של הצלע הגדולה או של הצלע הבינונית. דוגמאות: 14 ס"מ; 16 ס"מ.
אורך הצלע צריך להיות גדול מ- 12.5 ס"מ.

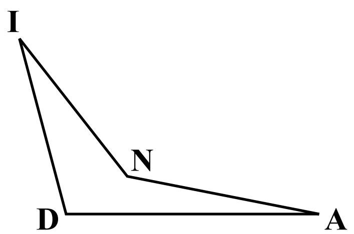
149 מומלץ לפתור את המשימה בעל-פה. **א**–3 **ב**–2 **ג**–2 **ד**–3 **ה**–1 **ו**–1 **ז**–4.

151 $90°$ ו- $37°$.

153 **א** כן. דוגמה: זווית **C** גדולה מ- $180°$.

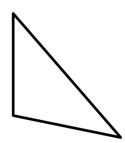


ב כן. דוגמה:

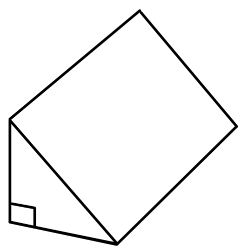


154 סכום הזוויות הוא $360°$. בעזרת החפיפה תלמידים יכולים לקבוע שבמעוין יש שני זוגות של זוויות שוות.
מידות הזוויות הן $30°$ – $150°$ – $30°$ – $150°$.

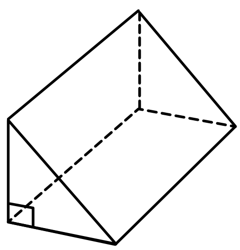
156 **א** סרטוט משולש.



ב סרטוט מקבילית.



ג סרטוט קווים מקווקווים.



157 מנסרה ב'.

158 **א** $6 \cdot 2 + x \cdot 12 = S$ **ב** 2.5 ס"מ.

160 לא. דוגמה נגדית: מנסרה א. הבסיס הוא משולש ישר-זווית: 6 ס"מ 8 ס"מ 10 ס"מ גובה 5 ס"מ.
מנסרה ב. הבסיס הוא משולש ישר-זווית: 5 ס"מ 12 ס"מ 13 ס"מ גובה 4 ס"מ.
לשתי המנסרות נפח של 120 סמ"ק.

ממשיכים בתרגול עמ' 643

162 **א** לא-נכון. **ב** נכון. **ג** נכון. **ד** לא-נכון. **ה** נכון.
ו נכון. **ז** נכון. **ח** לא-נכון. **ט** נכון. **י** לא-נכון.

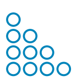
163 משימה דומה למשימה 46, אך הפעם על התלמידים למצוא את הנימוק. אפשר להכליל את התכונה לכל משולש ישר-זווית.

164 שאלו את התלמידים מהי הגדרת המעגל, והאם הנקודות **T**, **O**, **M** של המשימה הקודמת נמצאות על אותו מעגל.

165 **א** $\sphericalangle \mathbf{C} = 180° - (65° + \alpha) = 115° - \alpha$ **ב** $\sphericalangle \mathbf{C} = 180° - (\alpha + \beta)$

ג $\sphericalangle \mathbf{C} = 180° - (2 \cdot \alpha - 60° + 2 \cdot \alpha + 60°) = 180° - 4 \cdot \alpha$ **ד** $\sphericalangle \mathbf{C} = 90° - \beta$

166 עודדו את התלמידים לבדוק מהו מספר המשולשים הנוספים שנוצרו על-ידי כל קטע חדש (מספר זה שווה למספר הקטעים היוצאים מ- **B** בשלב הקודם), ולערוך טבלה.
הקשר: מספר המשולשים בכל שלב הוא "מספר המשולש".

שלב (מספר נקודות) $\boldsymbol{n}$	מספר משולשים שנוצרו	מספר משולשים $f(\boldsymbol{n})$	הקטעים היוצאים מ- **B** בשלב הקודם	
0		1	2	
1	2	32 + 1=	3	
2	3	63 + 3 =	4	
3	4	6 + 4 = 10	5	
$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n} + 1$	$f(\boldsymbol{n} - 1) + (\boldsymbol{n} + 1)$	$\boldsymbol{n} + 2$	

167 חשוב לבחור בין כל הנתונים את הנתונים המתאימים לחישובים. כל ארבעת המשולשים חופפים זה לזה, כי ניצביהם שווים באורכם. התשובה: שטח המצולע 39 סמ"ר, היקף המצולע 32 ס"מ.

168 27 משולשים ישרי-זווית.

169 26.25 סמ"ר ; 26.25 סמ"ר ; 52.5 סמ"ר.

170 שטחו של כל משולש – כגון **IAK** – שווה לפעמיים המשולש המקורי. קיימים שלושה משולשים כאלה, לכן שטח המשולש **KIT** שווה לשבע פעמים שטח המשולש המקורי.

171 לפי שתי הסימטריות $DM = DK = DI$. מרכז המעגל הוא הנקודה **D**.

העמקה עמ' 647

החלק הראשון של "העמקה" עוסק בהוכחת סכום הזוויות במשולש על-ידי הקשר בין המלבן ומשולש ישר-זווית.
סכום הזוויות במלבן שווה ל- 360 מעלות (סכום של 4 זוויות ישרות).
מלבן מורכב משני משולשים ישרי–זווית חופפים שזוויותיהם מרכיבות את זוויות המלבן. לכן סכום הזוויות בכל משולש שווה למחצית סכום זוויות המלבן, והוא 180 מעלות.
בחלק השני נלמד הנושא *סכום הזוויות במצולע קמור*, והוא מיועד לתלמידים חזקים.

משימות

1 $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 5 = 90°$; $\sphericalangle 3 = \sphericalangle 6 = 60°$; $\sphericalangle 4 = 30°$.

מגלים (עמ' 648)

התלמידים כבר הכירו את המושג *מצולע קמור*. כאן מובילים אותם לגילוי נוסחת סכום הזוויות במצולע קמור כלשהו. פעילויות הגילוי מדורגות מהקל אל הקשה.

1 פעילות חופשית.

2 מקדקוד אחד של משושה יוצאים 3 אלכסונים. הם מחלקים את המשושה ל- 4 משולשים.

3 הקשר בין מספר צלעות המצולע לבין מספר האלכסונים: מספר האלכסונים קטן ב- 3 ממספר הקדקודים.
מספר המשולשים גדול ב- 1 ממספר האלכסונים. אם למצולע n צלעות, אז יש לו $n - 3$ אלכסונים.
מספר המשולשים הוא $n - 2$.

4 **א** $180 \cdot (5 - 3) = 540$ **ב** $180 \cdot (6 - 2) = 720$

ג סכום הזוויות במשולש הוא $180°$, ויש $n - 2$ משולשים כאלה, לכן סכום הזוויות הפנימיות במצולע הוא $180° (n - 2)$.

לומדים (עמ' 649)

בחלק זה מתוארת דרך לחישוב סכום הזוויות במצולע קמור, ומגיעים לנוסחת חישוב סכום זה.

משימות

2 משימת יישום. **א** $900°$ **ב** $1{,}080°$ **ג** $1{,}440°$ **ד** $720°$

3 משימה הפוכה. ידוע סכום הזוויות במצולע קמור, ויש למצוא את מספר צלעותיו. כלומר על התלמידים לפתור את המשוואה $180° \,(\boldsymbol{n} - 2)$, שבה $\boldsymbol{n}$ – מספר צלעות המצולע.
דוגמה לפתרון המשוואה בסעיף א':
$180 \cdot (\boldsymbol{n} - 2) = 900$; מכאן $\boldsymbol{n} - 2 = 900 : 180$; $\boldsymbol{n} - 2 = 5$; $\boldsymbol{n} = 7 : 180$. למצולע 7 צלעות.
תשובות ליתר הסעיפים: **ב** 13 **ג** 4 **ד** 8

4 משימה הפוכה. פותרים אותה בשני שלבים: תחילה מוצאים את סכום הזוויות במצולע לפי מספר צלעותיו, ולאחר מכן מחלקים את הסכום במספר הצלעות (שהוא גם מספר הזוויות). כל הזוויות במצולע משוכלל שוות בגודלן, לכן המנה היא התשובה לשאלה. אפשר לכתוב משוואות בדומה לתרגיל 2.
התשובות: **א** $90°$ **ב** $108°$ **ג** $120°$ **ד** $162°$

5 כתוצאה מפתרון התרגיל הקודם אפשר להגיע למסקנה: "ככל שלמצולע משוכלל יש יותר צלעות, המידה של זוויותיו קרובה יותר ל– $180°$". אפשר לדון בסוגי הזוויות במצולעים משוכללים: במשולש משוכלל מידתה של כל זווית היא $60°$, והן חדות. זהו הסוג היחיד של מצולע משוכלל שכל זוויותיו חדות. במרובע משוכלל מידתה של כל זווית היא $90°$, כלומר הן זוויות ישרות. זהו הסוג היחידי של מצולע משוכלל שבו כל הזוויות ישרות. ביתר המצולעים המשוכללים הזוויות הן קהות. כאמור, ככל שמספר הצלעות גדל, מידת הזווית גדלה (לעבר $180°$). מידת הזווית במצולע לא יכולה להיות שווה ל- $180°$. לפי הגדרת המצולע, מידת הזווית במצולע משוכלל אינה יכולה להיות יותר מ- $180°$, כי מצולע משוכלל הוא מצולע קמור, ובמצולע קמור כל הזוויות קטנות מזווית שטוחה.

6 כמו בשאלות הקודמות, פותרים את השאלה בשני שלבים. ייתכן שבשלב זה התלמידים כבר יזכרו את מספר הצלעות של המצולעים הנתונים. במקרה זה כדאי לבקש מהם להראות את דרך הבדיקה של התשובה. **א** 3 **ב** 5