ד. פונקציה קווית

רקע

הפרק הזה הוא המשכו של הפרק "פונקציות" מכיתה ז'. המשוואה של הפונקציה הקווית הוצגה לתלמידים כך: $a \cdot x + b$.
המיומנויות העיקריות שנלמדו בכיתה ז' היו מיומנויות של **זיהוי** הפונקציה הקווית בייצוגים שונים: ייצוג מילולי, ייצוג גרפי, ייצוג בטבלת ערכים, ייצוג באמצעות זוגות סדורים וייצוג פורמלי או סימבולי של משוואת הקו הישר; **הבחנה** בין קטעי העלייה לבין קטעי הירידה של הפונקציה ולבין הקטעים בהם הפונקציה קבועה. כמו-כן נלמד תהליך של פתרון גרפי של משוואה ממעלה ראשונה.
בפרק זה ילמדו התלמידים תחילה את הקשר בין הקו הישר לבין יחס ישר. הם ילמדו, כי ייצוג גרפי של יחס ישר הוא פונקציה קווית, וכי מקדם היחס הוא הפרמטר "a" שבמשוואת הפונקציה הקווית $a \cdot x + b$.
בהמשך הפרק ילמדו התלמידים על תפקידים נוספים של הפרמטרים "a" ו- "b" שבמשוואת הקו הישר $a \cdot x + b$.
כידוע, בעזרת הערך המוחלט של הפרמטר "a" קובעים את כיוון/תלילות הקו הישר (השיפוע);
ובעזרת סימנו קובעים אם הישר עולה או יורד.
כמו-כן ממשוואת הישר אפשר ללמוד על נקודות החיתוך שלו עם הצירים.
כשם שאפשר למצוא תכונות של ישר על-פי משוואתו, אפשר למצוא את משוואת הישר לפי נתונים מסוימים: על פי שיפוע של ישר ונקודה בה הוא עובר, או על-פי שתי נקודות דרכן הוא עובר.
הפרק מלווה בדרישה לקרוא ולבנות גרפים. מיומנויות אלה נלמדו בכיתה ז', וחקירת הקו הישר היא מבוא לאנליזה ולהנדסה אנליטית. קיימים בפרק יישומים בנושא היחס, יישומים בהנדסה ופרקי משוואות.
הקשיים שבפרק:

- הקישור בין הפרמטרים במשוואת הישר לבין מאפייני הייצוג הגרפי שלה.
- ההבחנה בין תפקידי הפרמטרים.
- ריבוי התכונות של פונקציות: השתנות (קבועה או לא קבועה) כיוון (עולה או יורד), חיוביות או שליליות.
- הבנה של מציאת משוואת הישר לפי השיפוע שלו ומיקום נקודה אחת בלבד עליו.
- היישום של תכונות הקו בתוך צורות מישוריות (משולשים ומרובעים).

מושגים ומונחים

מקדם היחס, השתנות קבועה, השתנות בלתי-קבועה, פונקציה עולה, פונקציה יורדת, פונקציה קבועה, משוואת הפונקציה הקווית, השיפוע של הישר, נקודת חיתוך עם ציר ה- x, נקודת חיתוך עם ציר ה- y, תלילות של קו ישר, נקודת חיתוך של שני ישרים, תחום חיוביות ותחום שליליות של פונקציה.

מטרות

התלמידים ידעו:

א. ייצוג של יחס ישר הוא קו הישר;
למצוא את היחס הישר לפי השיפוע של הישר המייצג אותו ולהפך: למצוא את השיפוע של הישר לפי היחס הישר;
ב. מתי פונקציה עולה ומתי היא יורדת, על-פי השיפוע שלו;
ג. תלילות ישר על-פי שיפועו;
ד. להתאים משוואה לייצוג הגרפי שלה בעזרת השיפוע;
ה. להבחין בין ישרים בעזרת שיפועיהם;
ו. למצוא את נקודת החיתוך של קו ישר עם ציר ה- y (תפקיד הפרמטר b);
ז. למצוא משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה שעליו;
ח. למצוא משוואת ישר על-פי שתי נקודות שעליו;
ט. למצוא משוואות ישר בתוך צורות מישוריות (יישומים במשולשים ובמרובעים);
י. למצוא נקודת חיתוך עם ציר ה-x;
יא. למצוא תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה קווית.

א. יצוג גרפי של יחס ישר, עמ' 156

מגלים

מטרת הפעילויות היא למצוא את הקשר בין גדלים פרופורציוניים לבין הייצוג הגרפי של הקשר שביניהם.

בפעילות 1 התלמידים מגלים את הקשר שבין כמות הדלק לבין מספר הקילומטרים שהמכונית עוברת, ורואים שהיחס ביניהם הוא יחס ישר. הגרף המראה את הקשר הוא קו ישר. יש תלמידים היודעים שקו ישר הוא קו בעל השתנות קבועה, (פרק י"ז מכיתה ז') והם יעשו את הקשר עם היחס הישר המתאר גם הוא השתנות קבועה.

בפעילות 2 רואים התלמידים שאת היחס הישר בין כמות הפריטים בכביסה לכמות המים אפשר לייצג בזוגות סדורים. אם נחבר את הנקודות של הזוגות, נקבל קו ישר.

בפעילות 3 הדירה נמצאת 12 מ' מתחת למפלס הרחוב. ניתן לציין כי באופן כללי אם מסמנים ב- y את מיקום הדירה הנמצאת בקומה x, מתקיים השוויון $y = -3x$ (מקדם היחס הוא -3). בדוגמה הקודמת החישוב המתאים הנו $-3\cdot(-4) = 12$. כלומר דירה הנמצאת בקומה x, נמצאת $-3x$ מ' מתחת למפלס הרחוב.

לומדים

את המדרגות התלמידים מַכירים מהפרק "פונקציות" של הספר של כיתה ז'. המדרגות מתארות את ההתקדמות על ציר ה- y לעומת התקדמות על ציר ה- x. בדוגמה שבשיעור בכל התקדמות של יחידה אחת על ציר ה- x קיימת התקדמות של 3 יחידות על ציר ה- y.

מקדם ה- x בפונקציה $y = 3\cdot x$, מבטא את ההתקדמות הזו ומייצג את מקדם הפרופורציה שבין y ל- x, כלומר יחס של 1:3 יתואר על-ידי הגרף של הפונקציה $y = 3\cdot x$. גרף זה עובר בראשית הצירים (אם $x = 0$, גם $y = 0$).

כאשר מקדם ה- x הוא שלילי, הפונקציה יורדת. הגרף עובר ברביע הרביעי, כי ערכי ה- x חיוביים. אבל ערכי ה- y, שליליים.

מתרגלים

1. משוואת הישר היא $y=2x$. ניתן לבחור 2 ערכים עבור x ולחשב את ערך ה-y.

2. משוואת הישר היא $y=ax$. כל תלמיד יכול לבחור ערך עבור a כרצונו, ההמשך כמו בתרגיל 1.

3. משוואת הישר היא $y=ax$. כאשר נציב $x=0$ נקבל $y=0$. כאשר נציב $x=1$ נקבל $y=a$.

4. לפי 2 הנתונים הראשונים, ניתן לראות שערך ה- y הוא פי 6 מערך ה- x.

x	1	2	4	6	8	10	12	14	16
y	6	12	24	36	48	60	72	84	96

5. א) רוחב ה"מדרגה", התקדמות בשיעור ה- x, הוא יחידה אחת. גובהה, התקדמות בשיעור ה- y, 2 יחידות. ב) 2 : 1.

6. א) ההפרש בין שני שיעורי x סמוכים המופיעים בטבלה הוא 2; ב) ההפרש בין שני שיעורי y סמוכים המופיעים בטבלה הוא 10; ג) גרף הפונקציה יהיה קו ישר, כיוון שההשתנות קבועה; ד) ההשתנות קבועה; ה) הפונקציה מתארת יחס ישר, 10 : 2. אם נצמצם את היחס נקבל 5 : 1. 5 הוא ערך ה- y כאשר ערך ה- x הוא 1.

7. ב) היחס 5 : 1. ג) הפונקציה מתארת יחס של 5 : 1 בין מספר העטים לבין מחירם. x מייצג את מספר העטים, ו- y את מחירם הכולל.

8. א) 15 : 1; ב) x אינו יכול להיות מספר שאינו טבעי, משום שהוא מייצג מספר חוגים.

9. א' ו- ד' הן פונקציות של קו ישר. ב' היא פונקציה המתוארת ע"י היפרבולה ו- ג' היא פרבולה. בשתי פונקציות אלו יעסקו התלמידים בהמשך לימודיהם.

10. לדוגמה: צבעים מסודרים בקופסאות, בכל קופסה 12 צבעים. x מייצג את מספר הקופסאות ו- y מייצג את מספר הצבעים בכל הקופסאות.

11. לפי הדוגמה הנתונה התלמידים בודקים מהי ההתקדמות בשיעור ה- y לכל התקדמות ביחידה בשיעור ה- x. גרף א׳: $y = x$. גרף ב׳: $y = 1.5\cdot x$. גרף ג׳: $y = 2\cdot x$.

12. הגרף יורד ולכן על כל התקדמות של יחידה בציר ה- x יש ירידה של 4 יחידות בציר ה- y, כלומר -4. ב) -4 : 1.

לומדים

התלמידים לומדים לכתוב פונקציה המתארת יחס מהסוג (c,d) [ולא $(1,a)$, כפי שראינו עד כה].

רצוי:

- לסרטט דוגמה אחת לפחות לתלמידים.
- לבקש מהם להציב את הערכים $x = 4$ ו- $y = 5$ בהתאמה, במשוואות $4y = 5x$ ו- $y = \frac{5}{4}\cdot x$, כדי לבדוק שמקבלים שוויונות נכונים.

13. א׳, ג׳.

14. ד׳.

15. א) לציור הגרף יכולים התלמידים לחשב את עומק הצלילה של הלוויתן במשך 7 שניות, לרשום את המספרים בטבלה או כזוגות סדורים, לסמן במערכת צירים ולחבר בקו ישר. ב) הלוויתן צולל, כלומר הוא יורד מתחת לפני הים, מקדם היחס שלילי. הפונקציה המתאימה היא: $y = -2\cdot x$.

16. ג) לאחר שבסעיפים א׳ ו- ב׳ חישבו את מספר המלפפונים המתאימים למספר העגבניות הנתון, בסעיף זה נעשית הכללה. מספר המלפפונים המתאים ל- x עגבניות הוא $2\cdot x$; ד) יש לשים לב, בין מי למי היחס. היחס בין מספר המלפפונים למספר העגבניות הוא 1 : 2.; ה)בסעיף זה התלמידים מתבקשים לתרגם ניסוח מילולי לייצוג פורמלי, $y = 2\cdot x$.

17. לדוגמה: סוכריות ארוזות בשקיות, בכל שקית 25 סוכריות. x מייצג את מספר השקיות ו- y מייצג את מספר הסוכריות בכל השקיות.

18. לדוגמה: תופרים וילונות לחלונות. לכל חלון דרושים 2.5 מ׳ בד. x מייצג את מספר החלונות ו- y מייצג את כמות הבד הדרושה.

19. ב) יש לשים לב, בין מי למי היחס. היחס בין מספר בקבוקי המים למספר התלמידים הוא 1 : 2. ג) הפונקציה מתארת את היחס בין מספר בקבוקי המים למספר התלמידים, כאשר x מייצג את מספר התלמידים ו- y את מספר בקבוקי המים של כל התלמידים. (לכל תלמיד 2 בקבוקים)

20. א) היחס 7 : 1; ב) x אינו יכול להיות מספר שאינו טבעי, משום שהוא מייצג מספר ילדים.

21. גרף א׳ מתאר יחס של 2 : 1. גרף ב׳ מתאר יחס של $\frac{1}{2}$: 1.

22. א) יש לשים לב, בין מי למי היחס. היחס בין מספר הברכות למספר דקות השחייה הוא 1 : 2. המשוואה המתאימה היא $y = 2\cdot x$; ב) היחס 1 : 1. המשוואה המתאימה $y = x$; ג) היחס 1 : 0.75. המשוואה המתאימה $y = 0.75\cdot x$; ד) היחס 1 : 1.5. המשוואה המתאימה $y = 1.5\cdot x$.

23. התלמידים מתבקשים לתרגם את הניסוח המילולי לכתיב פורמלי. א) $y = 20\cdot x$; ב) $y = 50\cdot x$; ג) $y = \frac{1}{2}\cdot x$

24. ייצוג של פונקציה ע״י זוגות סדורים של מספרים. א) 1.5 ל׳; ב) היחס קבוע, 1.5 : 1. ג) המשוואה $y=.5\cdot x$; ד) גרף הפונקציה הוא קו ישר היוצא מראשית הצירים, על כל התקדמות של יחידה אחת בציר ה- x יש התקדמות של 1.5 יחידות בציר ה- y.

25. א) לציור הגרף יכולים התלמידים לחשב את עומק הצלילה של הדולפין במשך 7 שניות, לרשום את המספרים בטבלה או כזוגות סדורים, לסמן במערכת צירים ולחבר בקו ישר ב) הדולפין צולל, כלומר הוא יורד מתחת לפני הים, מקדם היחס שלילי. הפונקציה המתאימה היא: $y = -x$.

26. א) הישר יעבור דרך נקודות A ו- B. כיוון שמדובר בקו ישר יש יחס קבוע בין שיעורי הנקודות שעליו. לפי הנקודה הנתונה (1,3) היחס הוא 3 : 1. יחס זה מתקיים בשיעורי הנקודות A ו- B, ולא מתקיים בשיעורי נקודה C.

ב. הפונקציה $y = ax$, עמ' 163

לאחר חקר הקשר בין קו ישר לבין יחס ישר עוברים להכללה: הפונקציה $y=ax$.

מגלים

לתלמידים נתונה טבלת ערכים לשלוש פונקציות מהסוג $a{\cdot}x$. עליהם למלא אותה על-פי שלושת הערכים של x בכל פונקציה.

לאחר שהתלמידים מסרטטים את הגרפים, הם רואים שהם כולם קווים ישרים העוברים דרך הראשית, ומגלים שהמקדם של ה- x הוא מספר המשפיע על תלילות הגרף. חלק מהתלמידים אולי יבחינו בצורת הגרף בעל המקדם השלילי לעומת שני הגרפים בעלי המקדמים החיובים, ויזכרו את מה שלמדו בפרק "פונקציות" בכיתה ז' לגבי עלייה וירידה של גרף.

לומדים

בשיעור מראים את הקשר בין מקדם a שהוא מקדם ה- x במשוואה, לבין השיפוע או התלילות של הגרף המייצג אותה. אפשר להסביר את הקשר כך:

כאשר המקדם הוא 1, בכל התקדמות של יחידה אחת בשיעור ה- x קיימת התקדמות ביחידה אחת על ציר ה-y. הזווית שהישר יוצר עם ציר ה -x היא זווית של 45 מעלות.

כאשר המקדם קטן מ- 1, ההתקדמות בציר ה- y בכל התקדמות של יחידה בציר ה – x קטנה מ- 1. הזווית עם ציר ה- x קטנה מ- 45 מעלות.

כאשר המקדם גדול מ-1, ההתקדמות בציר ה - y בכל התקדמות של יחידה בציר ה- x גדולה מ-1. הזווית עם ציר ה- x תגדל ותהיה יותר מ- 45 מעלות.

לפיכך ככל ש a גדל, הגרף תלול יותר.

בסימטריה ביחס לציר ה- x, כאשר $a<0$ השיפוע שלילי, והפונקציה יורדת. ככל שהערך המוחלט של השיפוע (השלילי) גדל, הפונקציה יורדת מהר יותר.

מתרגלים

27. א) גרף C; ב) גרף B; ג) גרף A. ככל שהמקדם של x גדול יותר הגרף תלול יותר. אפשר גם להסתכל על הזווית עם ציר x. ככל שהמקדם גדול יותר הזווית שיוצר הישר עם ציר ה- x גדולה יותר.

28. השיפוע הוא המקדם של x. יש לשים לב למקדם בסעיפים ב' ו- ד'. א) $\frac{2}{5}$; ב) $\frac{3}{7}$; ג) 0.25; ד) $\frac{1}{4}$.

29. גרף C הוא התלול ביותר. המקדם של x הוא הגדול ביותר.

30. א) גרף C. ב) גרף B. ג) גרף A. השיפועים כולם שליליים. מסתכלים על הערך המוחלט של השיפוע כדי לקבוע מי התלול ביותר.

31. א) כדי לכתוב את המשוואה המתאימה יש לבדוק מהו היחס המצומצם בכל אחת מהפונקציות. לדוגמה היחס בין המחיר לכמות הדיסקים הוא 20: 10, היחס המצומצם הוא 1 : 2 לכן המשוואה עבור מארז הדיסקים היא $y = 2{\cdot}x$. מארז המחקים: $y = x$. מארז העפרונות: $y = \frac{3}{2}\cdot x$. ב) הגרף המתאר את מארז הדיסקים "עולה מהר יותר", מקדם היחס שלו הוא הגדול ביותר.

32. א) כל הישרים הם מהצורה $y=ax$. כדי לקבוע מהו השיפוע ניתן להיעזר בנקודות המסומנות על כל גרף. כל הנקודות מציינות בכמה השתנה שיעור ה-y כאשר שיעור ה-x השתנה ביחידה אחת. הישרים D1 ו-D2 מתארים פונקציה יורדת ולכן שיפועם שלילי. הישרים D3-5 מתארים פונקציה עולה ולכן שיפועם חיובי. ב) התאמת הישר לכל אחד מהמצבים קלה יותר לאחר כתיבת המשוואות המתאימות בסעיף א'.

33. התלול ביותר א׳ אחריו ג׳, ד׳, ב׳. ככל שהמקדם של x גדול יותר הגרף תלול יותר.

34. משוואת הישר $y = 3 \cdot x$. השיפוע 3 הוא המקדם של x במשוואה.

35. גרף 1: $y = \frac{1}{6} \cdot x$. כאשר $x = 3$ $y = \frac{1}{2}$ $(3, \frac{1}{2})$. גרף 2: $y = \frac{1}{4} \cdot xy$ כאשר $x = 3$ $y = \frac{3}{4}$ $(3, \frac{3}{4})$. גרף 3: $y = \frac{1}{3} \cdot x$. כאשר $x = 3$ $y = 1$ $(3,1)$. גרף 4: $y = \frac{1}{2} \cdot x$. כאשר $x = 3$ $y = \frac{3}{2}$ $(3, \frac{3}{2})$. גרף 5: $y = x$. כאשר $x = 3$ $y = 3$ $(3,3)$.

36. א) גרף B; ב) גרף A; ג) גרף C. ככל שהמקדם של x גדול יותר הגרף תלול יותר. אפשר גם להסתכל על הזווית עם ציר x. במשוואה א׳ המקדם של x הוא 1, הזווית של גרף B עם ציר ה- x היא $45°$. במשוואה ב׳ המקדם של x הוא 2, גדול מ- 1 לכן הזווית עם ציר ה- x גדולה מ- $45°$ וזה מתאים לגרף A. במשוואה ג׳ המקדם של x קטן מ- 1, לכן הזוית עם ציר ה- x קטנה מ- $45°$ וזה מתאים לגרף C.

37. א) מסלול M: $y = 6 \cdot x$. מסלול B: $y = 4 \cdot x$. מסלול C: $y = 2 \cdot x$. ב) התלמידים יכולים לסרטט את הגרפים עפ״י השיפועים, המקדמים של x הנתונים. ג) מקדם היחס הוא שיפוע הגרף.

38. א) בין השעות 7:00 - 7:15 מהירות הנסיעה הייתה הגבוהה ביותר ולכם בזמן זה יהיה הגרף תלול ביותר. ב) בין השעות 8:00 - 11:00 העובד לא נסע, כלומר מהירותו הייתה 0 קמ״ש, בזמן זה הגרף יקביל לציר ה- x.

ג. משוואת הישר $y = a \cdot x + b$, השיפוע עמ׳ 169

מגלים

לפי תכנית הלימודים החדשה, התלמידים כבר למדו ותרגלו את התוכן של החלק הזה של הפרק בכיתה ז׳. המיומנות של סרטוט גרף על-פי שתי נקודות (בפרק ״פונקציות״ של כיתה ז׳ בספר ״עשר בריבוע״) נלמדה בעבר. לתלמידים שלא הצליחו ללמוד אותה בכיתה ז׳, השיעור מהווה חשיפה לנושא ואילו לאחרים הוא מהווה חזרה. דרך שתי נקודות עובר ישר אחד בלבד, והקטע שיסרטטו התלמידים הוא חלק מישר זה. לכן משתמשים בביטוי ״הקטע עליו נשען הישר״. את התשובה לשאלה בסעיף ו׳ ״האם ישר זה הוא הגרף של הפונקציה שלכם?״ התלמידים יכולים לבדוק באופנים שונים: על-ידי בדיקת נקודות נוספות הנמצאות על הישר שסורטט, או על-ידי שימוש באקסיומת הישר. יש לשים לב שגם הגרפים של המשוואות $y = ax$ או $y = n$ הם ישרים, וכדאי לדבר בשיעור על השיפוע של הישר $y = n$ (ישר המקביל לציר ה- x ושיפועו אפס). התלמידים מסרטטים באותה מערכת צירים ישרים בעלי אותו שיפוע ורואים כי הישרים הללו מקבילים. לתלמידים שלמדו זאת בפרק ״פונקציות״ בכיתה ז׳, עובדה זו היא חזרה. המשותף לישרים בסעיף 3 הוא שהשיפוע שלהם שלילי, ואפשר לומר שהם יורדים.

לומדים

בשיעור מוסבר שגרף הפונקציה $y = a \cdot x + b$ הוא קו ישר, כי הוא בעל השתנות קבועה. אפשר לסרטט קו ישר אם נתונים שיעורי שתי נקודות. כשמַציבים את שני ערכי ה- x במשוואת הישר, אפשר לחשב את ערכי ה- y המתאימים ולסרטט את הגרף. כשמחברים את שתי הנקודות, נוצר קטע שהוא חלק מהקו הישר. הישר הוא אין-סופי, ויש אין-סוף נקודות. בכל נקודה על הגרף שיעור ה- x הוא פתרון המשוואה, ושיעור ה-y המתאים הוא ערך המשוואה. תלילות הגרף ממחישה את תפקיד השיפוע. המחשה זו מאפשרת להצדיק את הקביעה שלישרים מקבילים יש אותו שיפוע. ההסבר המתמטי שהתלמידים טרם למדו הוא שישרים אלה יוצרים אותה זווית עם ציר ה- x. (הזוויות המתחלפות שוות.) יש לומר לתלמידים, שהם ״עולים באותה מידה״ (ראו גרפים בתחילת עמ׳ 171).

חוזרים בשיעור על ההגדרות ״פונקציה עולה״ ו״פונקציה יורדת״. בכיתה ז׳ נלמדו ההגדרות:

אם $x_1 > x_2$ וגם $y_1 > y_2$ אז הפונקציה עולה; אם $x_1 > x_2$ אבל $y_1 < y_2$, הפונקציה יורדת.

כאשר השיפוע חיובי, הפונקציה עולה; כאשר השיפוע שלילי, הפונקציה יורדת.

מתרגלים

.39 משוואות א׳ ו- ג׳ הן פונקציות של קו ישר. ב׳ היא פונקציה המתוארת ע״י פרבולה ו- ד׳ היא היפרבולה. בשתי פונקציות אלו יעסקו בהמשך לימודיהם.

.40 השיפוע הוא המקדם של x במשוואה.

.41 מציבים את ערך ה-x הנתון במשוואה המתאימה ופותרים את המשוואה.

.42 מציבים את ערך ה-y הנתון במשוואה המתאימה ופותרים את המשוואה.

.43 השיפוע 7. במקום b ניתן לבחור כל מספר. $y = 7\cdot x+b$.

.44 במשוואות שבסעיפים ד׳ - ו׳ יש לבודד תחילה את y. השיפוע הוא המקדם של x במשוואה, רק כאשר המשוואה מסודרת, כלומר y באגף אחד וכל היתר באגף השני; ד) $y = 5\cdot x+3$; ה) $y = \frac{1}{3}\cdot x + 2$

ו) $y = 2\cdot x\text{-}2$. הישרים המקבילים הם: א׳ ו- ו׳. ב׳ ו- ד׳. ג׳ ו- ה׳.

.45 כדי לענות על השאלה ניתן להציב את השיעור הנתון במשוואה ולמצוא את השיעור המבוקש. א) נתון $x = -1$, לכן $y = -3$. ב) נתון $y = -8$, לכן $x = -2$. ג) הישר עולה. השיפוע חיובי. יתכן שיהיו תלמידים שיראו זאת על-פי שיעורי הנקודות שחישבו בסעיפים א׳ ו- ב׳.

.46 גרפים 1 ו- 2 עולים ולכן מתאימים למשוואות א׳ ו- ב׳. גרף 2 תלול יותר כלומר שיפועו גדול יותר משוואה א׳. גרף 1 משוואה ב׳. באופן דומה גרפים 3 ו- 4 יורדים ולכן מתאימים למשוואות ג׳ ו- ד׳. גרף 3 מתאים למשוואה ג׳ וגרף 4 למשוואה ד׳.

.47 השיפוע $\frac{1}{3}$. במקום b ניתן לבחור כל מספר $y = \frac{x}{3} + b$.

.48 א) $\frac{2}{3}$; ב) במקום b ניתן לבחור כל מספר $y = \frac{2\cdot x}{3} + b$.

.49 שיפוע מוגדר ע״י השינוי בשיעור ה-y כנגד שינוי בשיעור ה-x. כאשר הפונקציה קבועה, שיעור ה-x אמנם משתנה ,אבל שיעור ה-y נשאר קבוע, כלומר השינוי בו הוא 0. לכן השיפוע הוא 0.

.50 א) $y = 40\cdot x$. רוכב האופניים. ב) $y = 80\cdot x$. המכונית. ג) $y = 140$. בקטע זה הרכבת עוצרת במרחק 140 ק״מ מנקודת ההתחלה. ד) בשעה 10:00 רוכב האופניים יהיה במרחק 80 ק״מ מנקודת ההתחלה, המכונית במרחק 160 ק״מ והרכבת במרחק 210 ק״מ.

.51 א)

	-1	0	2	3
$y = -2\cdot x\text{-}3$	-1	-3	-7	-9
$y = -x+1$	2	1	-1	-2
$y = -\frac{x}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	$-\frac{3}{2}$

ב) כל הגרפים הם קווים ישרים. ג) כל הפונקציות יורדות, השיפוע שלילי.

.52 כאשר השיפוע שווה הישרים מקבילים. א׳ ו- ה׳ שיפוע 5 ב׳ ו- ו׳ שיפוע $\frac{1}{2}$. ג׳ ו- ד׳ שיפוע $\frac{2}{5}$.

.53 השיפוע1-. במקום b ניתן לבחור כל מספר $y = -x+b$.

.54 השיפוע 6. במקום b ניתן לבחור כל מספר $y = 6\cdot x+b$.

.55 א) גרף א׳ מתאים לברכה המתרוקנת, כמות המים יורת ככל שעובר הזמן. גרף ב׳ מתאים לברכה המתמלאת, כמות המים עולה ככל שעובר הזמן. ב) גרף א׳ מתאר פונקציה יורדת וגרף ב׳ מתאר פונקציה עולה. ג) גרף א׳: $y = -12\cdot x$. גרף ב׳: $y = 8\cdot x$. השיפוע הוא קצב המילוי או ההתרוקנות של הברכות.

.56 מהירות רוכב האופניים היא הנמוכה ביותר לכן שיפוע הגרף המתאר זאת הוא הקטן ביותר, כלומר גרף C. מהירות הרכבת היא הגבוהה ביותר לכן השיפוע הוא הגדול ביותר, כלומר גרף A. מהירות המכונית היא בין שניהם ולכן גרף B.

.57 בכל זוג שיפוע הישר האחד הוא המספר ההפוך למספר הנגדי המציין את שיפוע הישר השני.
אם שיפוע ישר אחד הוא a שיפוע הישר השני הוא -1/a. מכפלת שיפועי הישרים היא 1-. במקרה זה הישרים מאונכים זה לזה.

ד. <u>משוואת הישר</u> $y = a \cdot x + b$: <u>משמעות b</u>, עמ' 176

<u>מגלים</u>

לארבע הפונקציות המסורטטות במערכת הצירים הראשונה יש אותו שיפוע. השיפוע הוא $a = 2$. ה- "b" שלהן שונה, ולכן הישרים שלהן מקבילים (כי יש להן אותו שיפוע), אבל נקודת החיתוך שלהם עם ציר ה- y שונה. שיעורה הראשון של כל נקודה על ציר ה- y הוא אפס, ולכן אם נציב במשוואת הישר 0 במקום ה- x, נקבל $y = b$. לכן שיעורי כל נקודת חיתוך של ישר עם ציר ה- y הם (0,b).

גרף הפונקציה $y = a \cdot x + b$ הוא קו ישר החותך את ציר ה- y בנקודה (0,b). התלמידים יגלו שהקשר בין משוואת הפונקציה לבין נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה-y הוא הערך "b" של המשוואה.

בסעיף האחרון שבשאלה 2 יגלו התלמידים תיאורים מילוליים אפשריים המתאימים לפונקציות בהן הם עסקו בסעיפים הקודמים.

<u>לומדים</u>

בשיעור זה לומדים מדוע נקודת החיתוך של הישר $y = a \cdot x + b$ עם ציר ה- y היא הערך של הפרמטר **b**.

שיעורה הראשון של כל נקודה על ציר ה- y הוא אפס, לכן כאשר במשוואת הישר $y = a \cdot x + b$ נציב 0 במקום x , תתקבל הנקודה (0, b).

הישרים $y = 3 \cdot x + 2$ ו- $y = -2 \cdot x + 2$ ו- $y = x + 2$ יחתכו את ציר ה- y בנקודה (0,2). הישר $y = b$ יחתוך את ציר ה- y בנקודה (0,b), והוא יקביל לציר ה- x.

<u>מתרגלים</u>

.58 התלמידים למדו שנקודת החיתוך עם ציר ה- y היא (0,b). עליהם לבדוק בכל אחד מהסעיפים מהו b. בסעיפים ב', ח' ו- ט' הישרים עוברים דרך ראשית הצירים, לכן נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא (0,0), b=0. בסעיף ה' אין נקודת חיתוך עם ציר ה- y, לפיכך הישר מקביל לציר ה- y. בסעיף ח' הישר מקביל לציר ה- x, נקודת החיתוך עם ציר ה- y (0,6)

.59 התלמידים יתאימו את הגרף לפונקציה לפי ערך ה- b. יש תלמידים שיתאימו לפי השיפוע. כאשר יש לשתי משוואות אותו b יש להסתכל על השיפוע. בתרגיל זה במשוואות ב' ו- ג' $b = -4$, אבל במשוואה ב' השיפוע חיובי 1, ובמשוואה ג' השיפוע שלילי 1-. א) 2 ; ב) 4 ; ג) 1 ; ד) 3.

.60 בתרגיל זה כל הישרים מקבילים לציר ה- x. ההתאמה תעשה עפ"י ערך ה- b. ככל ש- b גדול יותר הקו חותך את ציר ה- y בנקודה גבוהה יותר. א) 4 ; ב) 1 ; ג) 3 ; ד) 2.

.61 ג'.

.62 כדי למצוא את נקודת החיתוך עם ציר ה- y יש ל"סדר" תחילה את המשוואה, כלומר לבודד את y. שימו לב שבסעיפים ב' ו- ד' האיבר החופשי הוא 10, אבל הוא אינו b. מהו b אפשר לקבוע רק כאשר המשוואה כתובה כ : $y = a \cdot x + b$.

א) $y = -2 \cdot x + 8$; ב) $y = \frac{1}{2} \cdot x - 10$; ג) $y = -\frac{1}{2} \cdot x + 5$; ד) $y = \frac{1}{2} \cdot x - 2.5$; ה) $y = -2 \cdot x + 8$; ו)

גרפים א' ו- ה' יחתכו את ציר y באותה נקודה (0,8).

.63 כן. לשני הישרים שיפוע שונה. b של שני הישרים שווה אבל a שונה. אפשר לבקש מהתלמידים לתת דוגמאות. לדוגמה : $y = 5 \cdot x + 5$ $y = 2 \cdot x + 5$.

.64 המכונית צורכת 9 ליטר לכל 100 ק"מ, כלומר 0.09 ליטר לכל 1 ק"מ. כיוון שבמיכל הדלק היו בתחילת הנסיעה 50 ליטר, יש להפחית מכמות זו את צריכת הדלק. הפונקציה המתאימה היא :
$y = 50 - 0.09x$

.65 א) כדי לסרטט ניתן לבחור שני ערכים לזמן ולחשב את כמות המים המתאימה. לסמן את שתי הנקודות במערכת הצירים ולסרטט את הישרים. ב) הפונקציה היורדת מתארת את המכל המתרוקן, מכל ב'. הפונקציה העולה מתארת את המכל המתמלא, מכל א'. ג) המכל המתמלא : $y = 40 \cdot x$. המכל המתרוקן : $y = -30 \cdot x$.

.66 הפרש המספרים הוא : $x - y = -5$, לכן הפונקציה המתאימה היא : $y = x + 5$.

67-68. כאשר הפונקציה כתובה כ- $y=ax+b$, נקודת החיתוך עם ציר ה-y היא $(0,b)$.

69. כדי לקבל את הפונקציה כ-$y=ax+b$, יש לרשום את המכנה מתחת לכל אחד מהאיברים הכתובים במונה. נקודת החיתוך עם ציר ה-y היא $(0,b)$.

70. לאחר ההנחה מחיר כל משחק הוא 5 ₪. הפונקציה המתאימה היא : $y=5x$.

71. הכסף המועבר לצדקה יורד מהסכום שהיה בחיסכון. הפונקציה המתאימה היא : $y=400-3x$.

72. סכום המספרים הוא : $x+y=9$. לכן הפונקציה המתאימה היא : $y=9-x$. $x=9-y$.

73. הפרש המספרים הוא : $y-x=10$. לכן הפונקציה המתאימה היא : $y=x+10$.

74. מנת המספרים היא : $y/x=9$. לכן הפונקציה המתאימה היא : $y=9x$.

75. א) המשוואה המתאימה לאפשרות הראשונה: $y = 200+5\cdot x$. המשוואה המתאימה לאפשרות השנייה: $y = 25\cdot x$. שתי הפונקציות קוויות. ב) כדי לסרטט את הפונקציות, ניתן לבחור שני שיעורים של x ולחשב את שיעורי y המתאימים. לסמן את הנקודות במערכת צירים ולסרטט את הישרים. מתוך הגרפים נקודת החיתוך היא $10,250$. בהמשך ילמדו למצוא את נקודת החיתוך גם בדרך אלגברית. ג) ניתן לקרוא את התשובות מתוך הגרפים המסורטטים. אפשרות אחרת היא הדרך האלגברית. להציב את מספר הסרטים במקום x בפונקציות ולחשב את ערכי ה- y המתאימים. עבור שכירת 8 סרטים תשלם נחמה לפי האפשרות הראשונה 240 ₪ ולפי האפשרות השנייה 200 ₪. לכן כדאי לה לבחור באפשרות השנייה. עבור שכירת 8 סרטים תשלם שרה לפי האפשרות הראשונה 280 ₪ ולפי האפשרות השנייה 400 ₪. לכן כדאי לה לבחור באפשרות הראשונה.

76. א) הנקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר y. כיוון שרדיוס המעגל הוא 3, שיעורי הנקודה A הם : $(0,3)$. הנקודה זזה לאורך הישר $y=3$. שיעוריה הם : $(x,3)$. ב) בדומה לסעיף א׳ שיעורי הנקודה B הם $(0,-3)$. הישר לאורכו זזה הנקודה הוא $y=-3$.

77. היקף המלבן הוא סכום צלעותיו. לכן נקבל : $r(x)=8+2x$.

78. א) משוואת הדרך עבור התלמיד שיוצא מביה״ס : $y = 100\cdot x$. משוואת הדרך עבור התלמיד שיוצא מהבית: $y = 50\cdot x+600$. התלמיד אמנם הולך רק $50\cdot x$, אבל הוא התחיל 600 מ׳ אחרי התלמיד הראשון. כדי לסרטט באותה מערכת צירים יש להתחשב בדרך כולה. ג) נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עבור התלמיד שיוצא מביה״ס היא: $(0,0)$, של התלמיד שיוצא מהבית $(0,600)$. ד) כיוון שהם הגיעו למועדון באותו זמן, שיעור ה- x של נקודת החיתוך של שני הגרפים היא הזמן המשותף. 12 דקות. ה) שיעור ה- y של נקודת החיתוך היא המרחק. 1200 מ׳. בהמשך הלימוד ילמדו לענות על סעיפים ד׳ ו- ה׳ גם בדרך אלגברית, של פתרון מערכת משוואות בשני משתנים.

ה. מציאת משוואת הישר $a\cdot x + b$ על-פי שיפוע ונקודה שעליו, עמ׳ 184

מגלים

בפעילויות מתוארות דרכים למציאת משוואת ישר כשנתונים שיפוע ונקודה שעליו.

התלמידים בודקים את שיטתו של דני ומיישמים את הנלמד על תפקידי הפרמטרים a (השיפוע) ו- b (נקודת החיתוך עם ציר ה- y).

בפעילות הראשונה הנקודה נמצאת על ציר ה- y . הצבת הנתונים במשוואת הישר $a\cdot x + b$ היא מיידית: מציבים במשוואה $a\cdot x + b$ את השיפוע הנתון במקום a, ואת שיעור ה- y בנקודה במקום b.

בפעילות השנייה מירב ממשיכה את שיטתו של דני למקרה הכללי, כאשר שיעורה הראשון של הנקודה אינו 0.

בשלב ראשון מַציבים במשוואת הישר $a\cdot x + b$ את השיפוע הנתון במקום a, ואת שיעורי הנקודה הנתונה במקומות x ו- y של המשוואה שהתקבלה.

לומדים

השלבים למציאת משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה מפורשים בשיעור.

בשלב הראשון מַציבים את ערכו של השיפוע במקום a שבמשוואה הכללית של הישר $a\cdot x + b$.

בשלב הבא מוצאים את b על-ידי הצבת שיעורי הנקודה הנתונה במקום x ו- y של המשוואה הכללית:

$y = a\cdot x + b$ ומקבלים את משוואת הישר המבוקש.

רצוי להרבות על הלוח בדוגמאות של מציאת משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה, כמו זו המופיעה בשיעור, לפני שמתחילים בתרגול ולפני שפותרים את תרגיל 79 על הלוח.

<u>מתרגלים</u>

79. בסעיף א' הנקודה הנתונה היא נקודת החיתוך עם ציר ה- y ולכן ההצבה פשוטה. ביתר הסעיפים ההצבה מורכבת יותר, כדאי לפתור חלק מהתרגילים על הלוח. לכתוב את המשוואה הכללית $y = a\cdot x+b$ ומתחתיה לכתוב את המשוואה בה מוצבים המספרים הנתונים. (אפשר לכתוב את המספרים הנתונים בצבע אחר). א) $y = 3\cdot x+1$; ב) $y = 5\cdot x-7$; ג) $y = -3\cdot x+13$; ד) $y = \frac{1}{3}\cdot x + 12$; ה) $y = 7$ ו) $y = -2\cdot x+8$

80. בתרגיל זה אין צורך למצוא את משוואת הישר. התלמידים יסמנו תחילה את הנקודה הנתונה ואח"כ נקודה נוספת לפי השיפוע. שיפוע של 2 פירושו: התקדמות של יחידה אחת על ציר ה- x והתקדמות של 2 יחידות על ציר ה- y.

81. בתרגיל זה יש להתייחס לנקודת החיתוך של כל גרף עם ציר ה- y, כלומר לערך ה- b, וגם לשיפוע הפונקציה, כלומר לערך ה- a. יש כמה גרפים החותכים את ציר ה- y באותה נקודה. גרפים D, C, B חותכים את ציר ה- y בנקודה (0,1) במשוואות א', ד,' ה' $b = 1$, כדי להתאים יש להסתכל על השיפוע. וכן לגבי גרפים A ו- E ומשוואות ב' ו- ג'. א) C; ב) E; ג) A; ד) D; ה) B.

82. א) $y = 3\cdot x+5$; ב) לא.

83. א) $y = -3\cdot x+5$. הנקודות (1,2) (3,-4) (-2,11) נמצאות על הישר.

84. א) $y = 7$; ב) יש הרבה מאד אפשרויות; ג) בכולן השיעור הראשון נתון לבחירת התלמידים השיעור השני הוא 7.

85. ב) $y = 5$. סימון הנקודות במערכת הצירים וחיבורן בקווים ישרים עוזר לראות שהישר BC מקביל לציר ה- x ; ג) השיפוע 0. הצלעות הנגדיות של המקבילית מקבילות. כלומר BC||MD. שתי הצלעות נמצאות על ישרים המקבילים לציר ה- x ; ד) $y = 2$. הצלע נמצאת על ישר המקביל לציר ה- x שיעור ה- y הוא כמו בנקודה M. D(4,2)

87. א) $y = x-5$. כיוון שהישרים מקבילים השיפוע הוא 1, הנקודה שעל הישר היא C(7,2)
ב) $y = -0.5\cdot x+2.5$. כיוון שהישרים מקבילים השיפוע הוא -0.5, הנקודה שעל הישר היא A(-1,3) . ג) D(5,0) ניתן לראות זאת בסרטוט.

88. נקודת החיתוך עם ציר ה- y נתונה, לכן ההצבה במשוואת הישר הכללית פשוטה. א) $y = 5\cdot x+3$ ב) $y = -3\cdot x-4$ ג) $y = 5\cdot x-0.5$ ד) $y = -0.4\cdot x+5$.

89. א) $y = 2\cdot x+1$; ב) כן.

90. א) $y = -5\cdot x+60$; ב) לא.

91. א) $y = -2\cdot x+6$; ב) (0,6) (-1,8).

92. א) $y = -3\cdot x+13$; ב) לא.

93. א) $y = -2\cdot x$; ב) יש הרבה מאד אפשרויות. לדוגמה: (-1,2) (1,-2).

94. הישר הוא $y = 5\cdot x + 2.5$. הגרף עולה, שיפועו חיובי.

95. א) $y = -2\cdot x + 10$ $y = 3\cdot x$; ב) הישר הראשון (5,0) השני (0,0) ; ג) שטח המשולש: 15 יחידות שטח. בסיס המשולש הוא המרחק בין שתי הנקודות שבסעיף ב', כלומר 5 יחידות. גובה המשולש הוא שיעור ה- y של נקודה A, כלומר 6. שטח המשולש: $\frac{5\cdot 6}{2} = 15$.

96. ניתן לקרוא מתוך הסרטוט את שיעורי קודקודי המעוין. לפי הקודקודים ניתן למצוא את שיפועי הצלעות ולמצוא את משוואות הצלעות. A(3,3) B(6,7) C(9,3) D(6,-1) א) $y = 3$. האלכסון AC מקביל לציר ה- x ; ב) $x = 6$. האלכסון BD מקביל לציר ה- y. ג) $y = \frac{4}{3}\cdot x - 1$; ד) $-\frac{4}{3}\cdot x + 15$;
ה) $AD: y = -\frac{4}{3}\cdot x + 7$, $CD: y = \frac{4}{3}\cdot x - 9$.

ו. <u>מציאת משוואת ישר על-פי שתי נקודות</u> , עמ' 189

<u>מגלים</u>

עד כה השתמשנו בשיטת המדרגות כדי לבדוק השתנות: לשם כך בדקנו אם רוחב כל מדרגה קבוע או לא, ואם גובה המדרגות קבוע או לא.
בפעילויות הגילוי **ידוע שההשתנות קבועה**. משתמשים במדרגה הבנויה על-שתי נקודות על אותו הישר. התלמידים בודקים את היחס שבין גובה המדרגה לבין רוחבה. כך בודקים בעוד ארבע מדרגות.
כאשר התלמידים בודקים יחס זה, הם למעשה בודקים את היחס בין ההפרשים של שיעורי ה- x לעומת ההפרשים של שיעורי ה- y בין כל שתי נקודות שונות על אותו גרף. הם מגלים שיחס זה קבוע. מציאת הביטוי המתאר יחס הוא קשה, לכן זה יכול להיעשות על-ידי תלמידים מתקדמים, ואפשר לקבל תשובות מילוליות. תשובה אלגברית אפשרית לסעיף האחרון היא: $\frac{y_1-5}{x_1-1}$.

<u>לומדים</u>

בשיעור מסכמים שהיחס בין גובה המדרגה בין שתי נקודות לבין רוחב אותה מדרגה הוא מספר קבוע בכל שתי נקודות על אותו ישר.
כלומר אם ניקח שתי נקודות כלשהן, הפרשי שיעורי ה- y לחלק להפרשי שיעורי ה- x שלהן הוא מספר קבוע.

מספר זה הוא השיפוע של הישר שעליו מונחות הנקודות, כלומר: שיפוע = $\frac{\text{הפרש שיעורי ה- y}}{\text{הפרש שיעורי ה- x}}$

במילים אחרות, כאשר נתונות שתי נקודות: (x_1,y_1) ו- (x_2,y_2), אפשר לבטא יחס זה כך: שיפוע = $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$. אך אין חובה על התלמידים לזכור בעל-פה את הנוסחה הזו אם הם מעדיפים להשתמש בנוסחה הקודמת.
לאחר שמצאנו את השיפוע בעזרת שתי נקודות, אפשר להציב את שיעוריה של אחת מהן (לא משנה איזו), במשוואה הכללית של הישר, בדיוק כשם שנעשה בשיעור הקודם, בו מצאנו משואת ישר על-פי שיפוע ונקודה.

<u>מתרגלים</u>

97. א) 5 ; ב) $\frac{1}{2}$; ג) -2 ; ד) 1.2 ; ה) 2 ; ו) 2 ; ז) -1 ; ח) 0.

98. א) $y = -2\cdot x$. יש למצוא את השיפוע על-פי הנקודה הנתונה והנקודה $(0,0)$. ב) הישר יורד, השיפוע שלילי.

99. א) השיפוע: -1. הישר יורד ; ב) $y = -x+3$. אפשר לקחת כל אחת משתי הנקודות ; ג) כן. מציבים את שיעורי הנקודה במשוואה שהתקבלה ומתקבלת משוואה שמתקיימת.

100. א) משוואת ישר א': $y = -2\cdot x+5$. משוואת ישר ב': $y = 3\cdot x$; ב) ישר א': $(2.5,0)$. ישר ב': $(0,0)$; ג) שטח המשולש: 3.75 יחידות שטח. אורך בסיס המשולש 2.5 יחידות, המרחק בין שתי הנקודות שבסעיף ב'. גובהו הוא שיעור ה- y של נקודה A.

101. כדי למצוא את משוואות הישרים יש למצוא את שיפוע הישר ונקודה עליו (או שתי נקודות). את נקודת החיתוך של הישרים עם ציר ה- y ניתן לקרוא מהסרטוט, לכן יש למצוא את השיפוע. ישר A: $y = 0.75\cdot x+2$. ישר B: $y = x$. ישר C: $y = -\frac{4}{3}\cdot x - 4$.

102. יש למצוא תחילה את שיעורי הנקודות A ו- B. עפ"י שתי הנקודות מוצאים את שיפוע הישר, בשלב האחרון מוצאים את משוואת הישר עפ"י השיפוע ואחת הנקודות. $B(3,0)$ $A(0,6)$. השיפוע -2. משוואת הישר $y = -2\cdot x+6$.

103. ניתן למצוא את הפונקציות ע"י השיפוע ונקודת החיתוך עם ציר ה-y. שני ישרים עוברים בנקודה $A: (0,1)$. האחד עולה ושיפועו 1, השני יורד ושיפועו -1. כנ"ל לגבי הנקודה $B:(0,-1)$. לכן נקבל: $d1: y=-x+1$ $d2 : y=x-1$ $d3 : y=-x-1$ $d4 : y=x+1$.

104. א) 3 ב) 3- ג) 0 ד) $\frac{4}{3}$ ה) $-\frac{2}{3}$.

105. א) y = -x+5. יש למצוא תחילה את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y. הנקודה היא (0,5). בשלב שני מוצאים את השיפוע עפ"י שתי הנקודות (נקודת החיתוך ונקודה D) בשלב האחרון מוצאים את משוואת הישר עפ"י שיפוע ונקודה. ב) הישר יורד, השיפוע שלילי.

106. א) $y = \frac{1}{4} \cdot x + 2.75$. יש למצוא תחילה את השיפוע; ב) שיפוע כל אחת מהצלעות הוא 1-; ג) שיפוע כל אחת מהצלעות הוא $\frac{2}{3}$. המרובע המתקבל הוא מקבילית. הצלעות הנגדיות מקבילות, שיפועים שווים.

107. ב'.

108. א) (6,0) (0,6) ב) המשולש הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים. ג) שטח המשולש: 18 יחידות שטח. אורך הבסיס ואורך הגובה הוא 6 יחידות אורך.

109. א) 2. ב) 2. ג) 4. ד) 4. ה) מתקבלת מקבילית. הצלעות הנגדיות מקבילות, השיפועים שווים.

110. 3 ; 3 ; 1/4- ; 1/4- ; ב) מתקבלת מקבילית. הצלעות הנגדיות מקבילות, השיפועים שווים.

111. א) השיפוע של שני הישרים הוא 1-. נקודת החיתוך עם ציר ה-y שונה. לכן: d1 : y=-x+6, d2 : y=-x+3. ב) כיוון שהשיפועים שווים הישרים מקבילים.

ז. <u>חיוביות ושליליות של פונקציה</u>, עמ' 195

אחרי שאפיינו פונקציה על-ידי השתנות (קבועה או לא קבועה), משוואה וכיוון (עולה או יורד), חוקרים את האפיון האחרון: באילו ערכים של המשתנה החופשי ערכי הפונקציות חיוביים, ובאילו ערכים הם שליליים?

<u>מגלים</u>

התלמידים מחפשים את שיעורי ה- y של נקודות ששיעורי ה- x שלהן נתונים. שיעורי ה- x של הנקודות הם משמאל או מימין לנקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x. התלמידים מגלים שחלק משיעורי ה- y שמצאו חיוביים, וחלק מהם שליליים.

התלמידים יודעים כי שיעורה השני של כל נקודה על ציר ה- x הוא אפס. מבדיקה נוספת הם מגלים כי נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-x - הנקודה (x,0) - היא נקודת המפנה בין הנקודות בהן התהפך סימן שיעור ה- y מחיובי לשלילי או להפך.

<u>לומדים</u>

הנקודה (x,0) היא נקודת המפנה בין הנקודות בהן הפכו שיעורי ה- y מחיוביים לשליליים או להפך. אנו אומרים שנקודת החיתוך של ישר עם ציר ה-x קובעת את **תחומי החיוביות והשליליות** של הפונקציה. נקודה זו נקראת **נקודת האפס** של הפונקציה. בדרך כלל (למעט מקרים פרטיים, כגון הפונקציה $y = x^2$), אם ערכי ה- y של הפונקציה הם חיוביים לפני נקודת החיתוך, הם יהפכו לשליליים אחריה; ואם הם שליליים לפניה, הם יהפכו לחיוביים אחריה.

אם יש צורך בכך, יש להסביר לתלמידים, שהמונחים "לפני" ו"אחרי" מתייחסים לערכים של שיעור ה- x בסדר עולה.

יש ללמוד לכתוב את תחומי העלייה והירידה על ציר ה- x. הכתיבה של התחומים עלולה להיות קשה לתלמידים. יש להדגיש כי התחומים הם על ציר ה- x , כי לפי ערכי ה- x משתנים ערכי ה- y ומשתנה סימנם. יש תלמידים שמתבלבלים בסימון < או > , לכן יש לחזור על כך עבורם. כדי להקל את הלמידה אפשר לבקש מהם להגדיר את התחום בצורה מילולית בעזרת משפטים כגון "כאשר x גדול מ-5, הפונקציה חיובית" .

הקושי העיקרי הוא בכתיבת התחום שבין ערכים כגון 3< x <6. פירוש הביטוי הזה הוא ש x גדול מ- 2 וקטן מ- 6.

מתרגלים

112. א) שיפוע צלע AB : 3. שיפוע צלע BC : 0. שיפוע צלע CD : -1.5. שיפוע צלע AD : 0. ב) מתקבל טרפז. זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות.

113. כיוון שהגרף מסורטט אפשר לענות על השאלה ע"י קריאת הנתונים ישירות מהסרטוט. א) (2,0). ב) תחום החיוביות x>2, תחום השליליות x<2. אפשר לקרוא זאת ישירות מהגרף המסורטט.

114. כיוון שהגרף מסורטט אפשר לענות על השאלה ע"י קריאת הנתונים ישירות מהסרטוט. א) (2.5,0). ב) תחום החיוביות x<2.5, תחום השליליות x>2.5.

115. כיוון שהישר לא מסורטט ניתן לפתור את השאלה באופן אלגברי ואפשר לסרטט את הישר ולקרוא את התשובות מהסרטוט.

א) (2,0). ניתן להציב y = 0 ולפתור את המשוואה. ב) נקודת האפס (2,0) היא נקודת המעבר בין התחום החיובי והשלילי. כדי לקבוע את התחומים ניתן לבחור נקודות שונות ששיעורי ה- x שלהם גדול מנקודת האפס, גדול מ- 2, קטן מנקודת האפס, קטן מ- 2, ולחשב את ערך הפונקציה עבורם. תחום החיוביות הוא x>2. תחום השליליות x<2. יתכן שיהיו תלמידים שיראו שכאשר הפונקציה עולה תחום החיוביות הוא כאשר x גדול מנקודת האפס ותחום השליליות כאשר x קטן מנקודת האפס. בפונקציה יורדת המצב הפוך.

116. כיוון שהפונקציות לא מסורטטות, יש למצוא תחילה את נקודות האפס, ע"י חישוב או ע"י סרטוט הגרף. בשלב שני יש למצוא את התחומים, ע"י מציאת שיעורי ה- y עבור שני שיעורי x. האחד גדול מנקודת האפס והשני קטן ממנה. אפשר גם ע"י סרטוט וקריאת התשובה מהסרטוט. א) נקודת האפס היא : (0,0). תחום החיוביות הוא : x>0, תחום השליליות הוא : x<0. ב) נקודת האפס היא : $(\frac{2}{5},0)$. תחום החיוביות הוא : x<2/5. תחום השליליות הוא : x>2/5. ג) נקודת האפס היא : $(\frac{7}{6},0)$. תחום החיוביות הוא : x>7/6. תחום השליליות הוא : x<7/6. ד) נקודת האפס היא : (9,0). תחום החיוביות הוא : x>9. תחום השליליות הוא :x<9.

117. ניתן לקרוא את התשובות ישירות מתוך הגרף המסורטט. בודקים תחילה מהן נקודות האפס, (-7,0) (2,0) (8,0). יש שני תחומי חיוביות ושני תחומי שליליות. תחומי חיוביות : -7<x<2 או x>8. תחומי שליליות x<-7 או 2<x<8.

118. ניתן לקרוא את התשובות ישירות מתוך הגרפים המסורטטים. בודקים תחילה מהן נקודות האפס.

	נקודת אפס	תחום חיוביות	תחום שליליות
גרף A	(7,0)	x >7	x <7
גרף B	(0,0)	x >0	x <0
גרף C	(-2,0)	x >-2	x <-2
גרף D	(3,0)	x <3	x>3
גרף E	(6,0)	x >6	x <6
גרף F	(-2,0)	x >-2	x <-2
גרף G	(-1/2,0)	x >-1/2	x <-1/2
גרף H	(1,0)	x <1	x >1

119. כיוון שהגרפים מסורטטים אפשר לענות על השאלה ע"י קריאת הנתונים ישירות מהסרטוט. א) גרף A (2,0). גרף B (4,0). גרף C (3,0) (-3,0). ב) יש שני קוים ישרים האחד עולה והשני יורד לכן משוואה 1 מתאימה לגרף A, הגרף עולה השיפוע חיובי. משוואה 2 מתאימה. לגרף B, הגרף יורד, השיפוע שלילי. משוואה 3 מתאימה לגרף C. הגרף אינו קו ישר והמשוואה לא מתאימה למשוואת הקו הישר. ג) גרף A תחום חיוביות x>2, תחום שליליות x<2. גרף B תחום חיוביות x<4, תחום שליליות x>4 . גרף C תחום חיוביות -3<x<3, x בין -3 לבין 3. יש שני תחומי שליליות x<-3 או x>3.

מיומנויות, עמ' 145

בחלק הראשון של עמודים אלה ילמדו התלמידים לגלות את הפרמטרים של קו ישר העובר דרך שתי נקודות נתונות, לכתוב את משוואת הישר ולסרטט אותו.
בחלק השני ילמדו התלמידים לחקור את פונקצית קו ישר שמשוואתו נתונה ולסרטט אותו. כמו בחלק הקודם ילמדו התלמידים על תכונות הפרמטרים במשך חקירה. השלבים הרלוונטיים לכל אחת מהמשימות מפורטים שוב כדי לחזור ולהתאמן.

מוכנים להמשיך, עמ' 147

1. ג'. **2.** א'. **3.** גרף C **4.** ב' ו- ג'. **5.** ב'. **6.** $y = a$. **7.** א) C ב) A ג) E ד) B ה) D. **8.** א) $y = -3\cdot x+8$ ב) כן. **9.** א) 2 ב) $y = 2\cdot x-1$. **10.** א) (2.5,0). ב) תחום החיוביות: $x>2.5$. תחום השליליות: $x<2.5$.

ממשיכים בתרגול, עמ' 149

120.

x	1	0	-1	2
$y = 2\cdot x$	2	0	-2	4

121. כן. יש להציב את השיעורים הנתונים ולבדוק שמתקבלת משוואה שמתקיימת.

122. $y = 3\cdot x+5$. כיוון שהישר מקביל לישר הנתון השיפועים שווים, כלומר 3. הנקודה הנתונה היא נקודת החיתוך עם ציר y ,כלומר ערך ה- b.

123. הפונקציות כולן כתובות בצורה $y=ax+b$.לכן שיפוע הפונקציה הוא a המקדם של x . נקודת החיתוך עם ציר ה-y היא (0,b). אם $a>0$הפונקציה עולה , ואם $a<0$ הפונקציה יורדת. כדי למצוא את נקודת האפס, נקודת החיתוך עם ציר ה-x, יש לפתור את המשוואה $0=ax+b$.

124. א) 6 : 1 ; ב) x אינו יכול להיות מספר שאינו טבעי, משום שהוא מייצג מספר קבוצות של מתעמלים.

125. בסעיפים א' ו- ב' מחשבים התלמידים את הרווח של רפי ודני לפי הנתונים. החישוב מתאפשר כיוון שהיחס קבוע. ג) היחס בין מספר הדגלים שמכר רפי לרווח שלו הוא 2 : 1. היחס בין מספר הפחיות שמכר דני לרווח שלו הוא 1.5 : 1 ; ד) התלמידים יכולים לסמן במערכת צירים נקודות לפי הערכים שחישבו בסעיפים א' ו- ב' ולחבר את הנקודות בקו ישר.

126. לפי הנתונים השעה בטוקיו היא 7 שעות אחרי ירושלים, השעה בניו-יורק היא 7 שעות לפני ירושלים. כדי למצוא את השעות המתאימות בערים השונות, אפשר להיעזר בציר המסורטט, אפשר לקרוא מתוך הגרפים המסורטטים בסעיף ב'. כאשר בירושלים השעה היא חצות הלילה בטוקיו השעה היא 7:00 בבוקר הים שאחרי ובניו-יורק 17:00 ביום שלפני. לכן גרף A מתאים לטוקיו. גרף B לירושלים וגרף C לניו-יורק.

127. הגרף יהיה התלול ביותר בקטע הדרך בו המהירות היא הגבוהה ביותר. המהירות הגבוהה ביותר היא 90 קמ"ש בין הדקות 30 - 45. תלילות הגרף תהיה הנמוכה ביותר כאשר המהירות היא הנמוכה ביותר. המהירות הנמוכה ביותר היא 0 בין הדקות 45 - 55.

128. א) סרטוט הישרים יכול להיעשות ע"י נקודת החיתוך עם ציר y והשיפוע, בניית המדרגה, או ע"י חישוב כל נקודה אחרת. נקודת החיתוך של הגרפים היא (1,7) ; ב) כיוון שהישר מקביל שיפועו יהיה 2. משוואתו: $y = 2\cdot x-4$; ג) כיוון שהישר מקביל שיפועו יהיה -1. משוואתו: $y = -x+1$; ד) מתקבלת מקבילית. הצלעות הנגדיות נמצאות על ישרים מקבילים, שיפועים שווים.

129. המרחק מירושלים לטבריה הוא 160 ק"מ, מהירות המכונית 60 קמ"ש, לכן זמן הנסיעה הוא $2\frac{2}{3}$ שעות. הערכים האפשריים עבור t הם $0 < t < 2\frac{2}{3}$. הפונקציה המתאימה: $y=60t$.

ב) כדי למצוא את המרחק מטבריה יש להפחית את הדרך שנסעה המכונית מהמרחק כולו. $y=160-60t$.

130. ראו תרגיל 129.

131. בשאלה מופיעים ייצוגים שונים של הפונקציה. טבלה, גרף וייצוג פורמלי.
א)

קליפת תפוז מגורדת (בכפיות)	ביצים	מיץ תפוזים (בכוסות)	סוכר (בכוסות)	קמח (בכוסות)	מספר עוגות	הקבוצה
2	4	0.5	1	2.5	1	צוות חנה
4	8	1	2	5	2	צוות רוני
10	20	2.5	5	12.5	5	צוות יעל
1	2	0.25	0.5	1.25	חצי	המורה רז

ב) התלמידים יכולים להתאים את הגרף למוצר לפי תלילות/שיפוע הישר, ככל שיש מהמוצר כמות גדולה יותר ביחס למספר העוגות הגרף יהיה תלול יותר. גרף A מתאר את מספר הביצים. גרף B מתאר את כמות הקמח. גרף C מתאר את כמות קליפת התפוז. גרף D מתאר את כמות הסוכר. גרף E מתאר את כמות מיץ התפוזים. ג) משוואת הפונקציה המתאימה לביצים היא: $y = 4\cdot x$. משוואת הפונקציה המתאימה לקמח היא: $y = 2.5\cdot x$. משוואת הפונקציה המתאימה לקליפת התפוז היא: $y = 2\cdot x$. משוואת הפונקציה המתאימה לסוכר היא: $y = x$. משוואת הפונקציה המתאימה למיץ התפוזים היא: $y = 0.5\cdot x$. ד) כל הגרפים הם בעלי השתנות קבועה, כולם יוצאים מראשית הצירים. מקדם הפרופורציה קובע את מידת ההתקדמות בציר ה- y לכל התקדמות ביחידה אחת בציר ה- x. ככל שמקדם הפרופורציה גדול יותר ההתקדמות/ התלילות גדולה יותר. לדוגמה מקדם הפרופורציה של הביצים הוא הגדול ביותר, 4, לכן הגרף המתאים A הוא התלול ביותר.

132. א) כיוון שהקטע x נמצא על צלע המלבן AB שאורכה 6 ס״מ,הערכים האפשריים הם $0<x<6$.
ב) שטח המשולש שווה למחצית מכפלת הצלע BC, שאורכה קבוע, ב-x. ככל ש-x גדל גם השטח גדל. כלומר יחס ישר. ג) הפונקציה המתאימה היא: $S(x) = \frac{1}{2}\cdot 4x \Leftarrow S(x)=2x$. ה) כדי למצוא את שטח הטרפז MCDA אפשר להפחית משטח המלבן ABCD שהוא 24 סמ״ר, את שטח המשולש MBC שהוא 2x. נקבל $y=24-2x$.

133. א) הישרים המקבילים הם: $BD \parallel AE$, $DF \parallel AC$ $EC \parallel FB$; ב) הזוג הראשון שיפועו 2. הזוג השני שיפועו 2-. הזוג השלישי שיפועו 0; ג) הזוג הראשון עולה הזוג השני יורד; ד) FB: $y = 10$. EC: $y = 1$.

134. א) $AD \parallel BC$ השיפוע 0. $AB \parallel CD$ השיפוע 1. ב) AB: $y = x+2$. $y = 5$. ג) מתקבל טרפז. רק זוג אחד של צלעות נגדיות מקביל.

העמקה, עמ' 151

1. א) שיפוע AB: 4. שיפוע CD: 2. שיפוע BC: 0. שיפוע AD: 0. ב) אם $C(10,7)$ שיפוע CD יהיה 4 ותתקבל מקבילית. ג) מספיק לשנות את שיעור ה- x של B. $B(0,7)$. ד) $D(11,3)$ $A(3,3)$.

2. א) יש כמה זוגות של ישרים מקבילים. ״קירות״ הבית, ה״רצפה״ וה״תקרה״, בחלונות יש שני זוגות מקבילים, פתח הדלת, הדלת. לדוגמה: $BA \parallel IJ$. קטעים אלו נשענים על הקטעים IA ו- JB ששיפועם $-\frac{1}{2}$. ב) שיפוע הקטע CT הוא: $-\frac{3}{2}$. שיפוע הקטע BT הוא: $\frac{3}{2}$.משוואות הישרים הן:
$CT: y = \frac{3}{2}\cdot x + 32 \quad BT: y = \frac{3}{2}\cdot x - 4$.