י״ג. פונקציות

רקע

פרק זה מסיים את ארבעת הפרקים שנלמדים בכיתות ז-ח׳ בנושא הפונקציות, מסכם את הפתרון הגרפי והאלגברי של בעיות ומעמיק את ההשוואה בין הפתרונות בייצוגים השונים.
התלמידים רכשו בכיתה ז׳ את המיומנויות העיקריות הקשורות לפונקציה הקווית: **זיהוי** הפונקציה הקווית בייצוגים שונים, בניית גרפים וקריאת גרפים, תהליך פתרון גרפי של משוואה מהמעלה הראשונה.
בפרק ד׳ הם למדו את הקשר בין הקו הישר לבין יחס ישר ותפקידים נוספים של הפרמטרים ״a״ ו-״b״ שבמשוואת הקו הישר: $a \cdot x + b$. באותם פרקים למדו התלמידים לפתור בעיות בדרך גרפית.
בפרק הנוכחי הם יעסקו ביישומים שונים של הפונקציה הקווית, המופעים בתכנית הלימודים.

- חקירת **כדאיות** או השתנות בשאלות הניתנות לפתרון גרפי (שיעור א) ולפתרון אלגברי (שיעור ב).
  שאלות בנושא כדאיות מובילות לחקירת מצבים שונים של אותה תופעה ולהשוואה ביניהם. הוחלט ללמד את דרכי הפתרון (גרפי ואלגברי) בנפרד בגלל השונות ביניהן וכדי לאפשר התמקדות במיומנות הנדרשת בכל דרך.
  הפתרון הגרפי מלווה בטכניקות של סרטוטי ישרים המקבילים לצירים וחותכים את הגרפים המתארים את התופעה הנחקרת. בדיקת מיקום יחסי של נקודות החיתוך מאפשרת למצוא את הכדאיות המתבקשת.
  הפתרון האלגברי הוא יישום שנלמד בפרק ד׳.
- מרחק בין נקודות ושימוש במשפט פיתגורס (שיעור ג)
  בשיעור ממשיכים את הנלמד בפרק ד׳ בנושאים המתייחסים למשוואת הישר ולנקודות חיתוכו עם הצירים. כמו-כן מיישמים את משפט פיתגורס בגאומטריה אנליטית על-ידי משוואת המרחק בין שתי נקודות ומציאת גודל קטעים או צלעות של צורות מישוריות.
- השוואה בין היחס הישר לבין היחס ההפוך, תיאור גרפי של היחס ההפוך (שיעורים ד׳-ה׳).

הקשיים שבפרק:

- זיהוי של שאלת השתנות והבחנה בין הגרפים השונים המתארים אותה;
- תרגום אותה תופעה לגרפים השונים;
- מציאת כדאיות בדרך גרפית בשאלות של השתנות;
- בחינת כדאיות על-ידי נקודות חיתוך (טכניקת העברת הישרים המקבילים לצירים);
- זיהוי הנתונים הנדרשים לשימוש במשפט פיתגורס לחישוב המרחק בין שת נקודות והחישובים עצמם;
- קריאה ובנייה של גרף היחס ההפוך.

מושגים ומונחים

פתרון גרפי, פתרון אלגברי, השתנות, אילוצים, כדאיות, ישר המקביל לציר ה- x, ישר המקביל לציר ה-y, מרחק בין נקודות, משפט פיתגורס, יחס הפוך .

מטרות

התלמידים ידעו:

א. לקרוא ולהבחין בין גרפים המתארים אותה תופעה;
ב. להבחין בשאלה של ״השתנות״ ולהתאים כל גרף לסיפור או למשוואה שהוא מייצג;
ג. מתי כדאי לסרטט גרף המקביל לציר ה- x, כדי להשוות בין נקודות חיתוך עם גרפים;
ד. מתי כדאי לסרטט גרף המקביל לציר ה- x, כדי להשוות בין נקודות חיתוך עם גרפים;
ה. לתרגם שאלה של השתנות לייצוג גרפי במערכת צירים;
ו. לדעת מתי כדאי לפתור בעיית השתנות בדרך גרפית ומתי בדרך אלגברית;
ז. לבדוק בדרך אלגברית את הפתרון הגרפי;

ח. למצוא מרחק בין שתי נקודות;
ט. להבין את נוסחת המרחק בין שתי נקודות כיישום של משפט פיתגורס;
י. למצוא מרחק בין נקודות בתוך צורות מישוריות (יישומים במשולשים ומרובעים);
יא. מהו יחס ההפוך;
יב. להבחין בין יחס ישר ליחס הפוך;
יג. לבנות את משוואת החס ההפוך בהתאם לשאלה;
יד. לפתור בעיות שיש בהם יחס הפוך;
טו. לקרוא את הגרף של היחס ההפוך;
טז. לבנות את הגרף של היחס ההפוך.

מגלים ולומדים, עמ' 211

א. השוואה בין תופעות על-ידי גרפים נתונים, עמ' 211

מגלים

התלמידים למדו לקרוא גרפים בפרקים קודמים, ולכן הם יכולים לזהות את שלושת הגרפים המתאימים לשלוש הצעות המחיר. החידוש בשיעור הוא בבחירת הכדאיות שבתנאים הנדרשים לכל הזמנה של מספר מטרים של ארונות. בכל הזמנה המזמין יכול לבחור אחת משלוש ההצעות, והתלמיד נדרש לחפש את ההצעה הזולה ביותר בכל מקרה. בעזרת הסרטוט התלמידים יכולים לראות את האפשרות הכדאית ביותר ללא צורך בחישוב. כמובן התלמידים יכולים גם לפתור משוואות בדרך אלגברית, ובעזרתן למצוא את המחיר המזערי או המרבי. התלמידים מגלים שהבחירה באחת מכל ההצעות **משתנה** בהתאם לנתונים שבשאלות השונות.

לומדים

כאשר בשאלות יש לאותה תופעה מספר אפשרויות לביצוע - כגון: מרחק מסוים אפשר לעבור במהירויות שונות ובזמנים שונים, עבודה מסוימת אפשר לבצע בהספק שונה או במספר עובדים שונה, הצעות מחיר שונות לאותו מוצר וכדומה - בחירת הכדאיות משתנה בהתאם לדרישות הביצוע. לדוגמה: אם ברצוננו להזמין מטבח קטן או מטבח גדול, גודל המטבח יקבע את בחירת ההצעה; בחירת נסיעה בכלי תחבורה תיקבע לפי המרחק או הזמן שברצוננו להגיע ליעדנו.
האפשרות לייצג בגרף כל אחת מדרכי הביצוע יוצרת פתרון חזותי ללא צורך בחישוב אלגברי. באמצעות העברת קו המקביל לציר ה- x וחותך את הגרפים, אפשר לראות את נקודות החיתוך ולבחור את הנקודה הקרובה ביותר או הרחוקה ביותר מציר ה- y. כמו-כן כשמעבירים קו המקביל לציר ה- y וחותך את הגרפים, אפשר לראות את נקודת החיתוך הקרובה יותר לציר ה- x, שיכולה לבטא, לדוגמה, את המחיר הנמוך יותר.
התלמידים לומדים להשוות בין הצעות שונות ולבחון את כדאיותן בהתאם לשאלות הנשאלות, והם רואים את ההשתנות של הכדאיות בכל מקרה. לכן שאלות אלו נקראות "השתנות".
בתרגילים הבאים יש ל"קרוא" נתונים מתוך גרפים של נתונים. בקריאת הנתונים אפשר להשוות בין הצעות או אפשרויות שונות, וכן להסיק מסקנות לגבי ההצעות השונות.

מתרגלים

1. א) גרף א' מייצג את הטמפרטורה בחיפה, וגרף ב' מייצג את הטמפרטורה בבאר-שבע. בבאר שבע הבדלי הטמפרטורה בין היום והלילה גדולים יותר, בגרף ב' הפרשי הטמפרטורה גדולים יותר. הטמפרטורה הנמוכה ביותר היא $8°$ והגבוהה ביותר היא $15°$. בגרף ב' ההפרש קטן: $2°$ בלבד. ב) הכיתה הראשונה תעדיף לטייל בחיפה. בין השעות 9.00 - 10.00 הטמפרטורה בחיפה גבוהה מהטמפרטורה בבאר-שבע ב-$2°$, ביתר השעות הטמפרטורה בחיפה נמוכה רק ב- $1°$ מזו שבבאר-שבע. ג) הכיתה השנייה תעדיף לטייל בבאר שבע. ברוב שעות הטיול שלה הטמפרטורה גבוהה יותר.
2. לאחר שמתאימים בין ההצעות לבין הגרפים, אפשר לענות על כל השאלות על-פי הגרפים.
א) אפשר להתאים לפי נקודת החיתוך עם ציר ה-y. גרף A מתאים להצעה הראשונה, גרף B מתאים להצעה השנייה וגרף C מתאים להצעה השלישית. ב) בכל נקודת חיתוך של שני גרפים שתי הצעות המחיר שוות. אפשרות א' (שטח של 13.3 מ"ר): המחיר 600 ₪. אפשרות ב' (20 מ"ר): המחיר 900 ₪. אפשרות ג' (25 מ"ר): המחיר 950 ₪.
ג) מכל אחת מהנקודות על ציר ה-x מעבירים מקביל לציר ה-y, נקודת חיתוך של הקו המקביל עם כל אחד מהגרפים היא המחיר. הנקודה הנמוכה יותר היא ההצעה הזולה יותר. ל-10 מ"ר ההצעה הזולה ביותר היא ההצעה הראשונה. ל-20 מ"ר ההצעה הזולה ביותר היא ההצעה השנייה. ל-30

מ״ר ההצעה הזולה ביותר היא ההצעה השלישית. ד) מנקודה (0,1,250) שעל ציר ה-y מעבירים מקביל לציר ה-x, נקודת החיתוך של המקביל עם כל אחד מהגרפים היא השטח. ככל שנקודת החיתוך רחוקה יותר, השטח גדול יותר. הקבלן השלישי יוכל לסדר 55 מ״ר.

3. א) מר לוי חנה במשך 3 שעות ולכן שילם 8 ₪. ב) מר לוי יחנה בחניון א׳, המחיר בו הוא קבוע: 12 ₪. בחניון ב׳ המחיר תמורת 5 שעות הוא 14 ₪. ג) תמורת 8 ₪ יכול מר לוי לחנות עד 4 שעות בחניון ב׳. ד) מר לוי ישהה בעבודה לכל היותר 4 שעות. המחיר עד 4 שעות בחניון ב׳ הוא 8 ₪ , החל מ-5 שעות המחיר בחניון ב׳ הוא 14 ₪. בחניון א׳ המחיר קבוע: 12 ₪ , ללא תלות במספר שעות החנייה. ה) בחניון א׳ ירוויחו 1,200 ₪, (12·1000=1200). בחניון ב׳ ירוויחו רק 1,040 ₪. (20·5+30·8+50·14=1040).

4. א) גרף B מתאים לדפנה שיצאה מוקדם יותר מהבית. גרף A מתאים לדני. ב) מנקודה 7:45 שעל ציר ה-x מעבירים מקביל לציר ה-y. נקודת החיתוך של המקביל עם כל אחד מהגרפים היא המרחק מהבית. דפנה נמצאת במרחק של 600 מ׳, דני במרחק של 400 מ׳. ג) בנקודת החיתוך של הגרפים דני משיג את דפנה, מרחק 800 מ׳ מהבית. ד) בשעה 7:50. ה) דני נסע 10 דקות. ו) המרחק 1000 מ׳. דפנה הלכה 25 דקות במהירות 40 מ׳ בדקה, לכן המרחק הוא $1{,}000 = 25 \cdot 40$. ז) דני עבר את 1,000 המטרים במשך 12.5 דקות (1,000 : 80=12.5). כיוון שיצא מהבית בשעה 7:40, הוא הגיע לביה״ס בשעה 7:52.5.

5. א) הגרף המתאר את הצעת המנהל חותך את ציר ה-y בנקודה (0,50). הגרף המתאר את הצעת המוכרת חותך את ציר ה-y בנקודה (0,0).

ב) לפי הצעת המנהל, המחיר יהיה 550 ₪. (50+500). לפי הצעת המוכרת, המחיר יהיה 600 ₪.

$$\left(500 + 500 \cdot \frac{20}{100} = 600 \text{ או } 500 \cdot \frac{120}{100} = 600\right)$$

ג) לפי הצעת המנהל, המחיר היה 750 ₪. (800-50=750). לפי הצעת המוכרת, המחיר היה 667 ₪.

$$\left(800 \cdot \frac{100}{120} = 667\right).$$

ד) לפי הצעת המוכרת, הרווח הוא 133 ₪, לפי הצעת המנהל, הרווח הוא רק 50 ₪. ה) לפי הצעת המנהל, המחיר יהיה 150 ₪. לפי הצעת המוכרת, המחיר יהיה 120 ₪.

6. א) גרף A מתאים לדניאל ששחה בקצב קבוע. גרף B מתאים לאלעזר ששחה במהירויות שונות. ב) בנקודת החיתוך של הגרפים הזמן והמרחק שווים. לאחר 6 דקות היו שניהם במרחק 150 מ׳ מנקודת הזינוק. ג) אלעזר. מהירותו 30 מ׳ בדקה, לעומת זאת מהירותו של דניאל 25 מ׳ בדקה. ד) אלעזר. את הדקה הרביעית התחיל אלעזר במרחק 90 מ׳ מנקודת הזינוק וסיים במרחק 110 מ׳, דניאל התחיל את הדקה הרביעית במרחק 75 מ׳ מנקודת הזינוק וסיים במרחק 100 מ׳. ה) למרחק 150 מ׳ הגיעו שניהם באותו זמן, לאחר מכן שחה דניאל מהר יותר ולכן ניצח. הוא שחה את המרחק ב-8 דקות, אלעזר ב-8.5 דקות.

7. א) דפנה קראה בקצב שווה ללא הפסקה, ולכן הגרף שלה הוא הקו הישר. תמר קראה בקצב שונה והפסיקה לקרוא למשך שלושה ימים, ולכן הגרף שלה בנוי משלושה חלקים. ב) מעבירים מקביל לציר ה-x מהנקודות שעל ציר ה-y. ככל שנקודת החיתוך עם הגרפים קרובה יותר, מספר הימים קטן יותר. תמר הגיעה ראשונה לעמוד 40, דפנה לעמוד 200. ג) מכל אחת מהנקודות על ציר ה-x מעבירים מקביל לציר ה-y , נקודת החיתוך של המקביל עם כל אחד מהגרפים מייצגת את מספר העמודים שקראו הבנות. הנקודה הגבוהה יותר מייצגת את מספר העמודים הגדול יותר. עד היום השמיני קראה דפנה 200 עמודים, ותמר קראה רק 127.5 עמודים. ד) בנקודת חיתוך הגרפים מספר הימים והעמודים שווה. במהלך היום השלישי תמר קראה 90 עמודים, ודפנה קראה במהלך היום השלישי מעמוד 76 ועד עמוד 100. ה) 20 עמודים. (160 עמודים במשך 8 ימים)

8. הגרף A מתאים לברכה א׳ והגרף B לברכה ב׳.

א) לאחר 8 דקות היו 112 ליטר בברכה א׳ ו- 144 ליטר בברכה ב׳.

ב) 128 ליטר היו בברכה א׳ לאחר 10 דקות ובברכה ב׳ לאחר 4 דקות.

ג) כמות המים שווה בשתי הברכות לאחר 16 דקות.

ד) בברכה א׳.

9. א) בעומק 1.5 מ׳. ב) בחצות של היום הראשון. ג) בחצות של היום הראשון. ד) בנקודות החיתוך של הגרפים. בשעה 6 בערב של היום הראשון, בשעה 6 בבוקר של היום השני, בשעה 9 בערב של היום השני וקצת לפני השעה 6 בבוקר של היום השלישי.

10. א) גדי ואלעד התחילו לשחות באותו זמן, ולכן הגרפים שלהם יוצאים מראשית הצירים. גדי שחה במהירות קבועה, ולכן הגרף שלו הוא קו ישר. אלעד שינה את מהירותו במהלך השחייה ולכן הגרף שלו מורכב משני חלקים. הגרף של יצחק שיצא לדרך דקה אחריהם, יוצא מהנקודה (1,0) שעל ציר

ה-x.   ב) יצחק הגיע ראשון. מעבירים מקביל לציר ה-x מהנקודה (0,200) שעל ציר ה-y. המקביל חותך את הגרף של יצחק לפני הגרפים האחרים, כלומר זמנו הוא הקצר ביותר. ג) אלעד. מעבירים מקביל לציר ה-y מהנקודה (3,0) שעל ציר ה-x . ככל שנקודת החיתוך עם הגרפים גבוהה יותר, המרחק שעברו גדול יותר. כלומר השחיין קרוב יותר לנקודת הסיום. ד) גדי ויצחק נפגשו 5 דקות לאחר שגדי יצא לדרך, 4 דקות לאחר שיצחק יצא לדרך. הם נפגשו לאחר 100 מ׳ .זו נקודת החיתוך של שני הגרפים.   ה) גדי ואלעד נפגשים 9 דקות לאחר היציאה לדרך לאחר 180 מ׳. זו נקודת החיתוך של שני הגרפים.

ב. השתנות : בניית משוואות וגרפים, עמ׳ 219

מגלים

התלמידים ימלאו את הטבלה ויראו בתוך כדי כך, שהמחירים משתנים בהתאם להצעות השונות ויבחינו שמדובר בשאלה של השתנות. המעבר לייצוג הגרפי של כל הצעה הוא תרגום מילולי למשוואה אלגברית, וממנה לייצוג הגרפי. מיומנות זו נרכשה בפרקים הקודמים. מערכת הצירים, כשהערכים בצירים, מוכנה בנספח כדי להקל את הסרטוט. השאלה של הכדאיות היא חדשה, ועל התלמידים לבחור בגרף המתאים. הם מיישמים את השיעור האחרון, לאחר שבנו בעצמם את הייצוגים הגרפיים של ההצעות. חשוב לבדוק את התשובות גם בדרך האלגברית כדי לראות את שתי האפשרויות לפתרון ובעיקר כד לראות שהפתרון החזותי היה קל ומהיר מהפתרון האלגברי, אך לא תמיד מדויק.

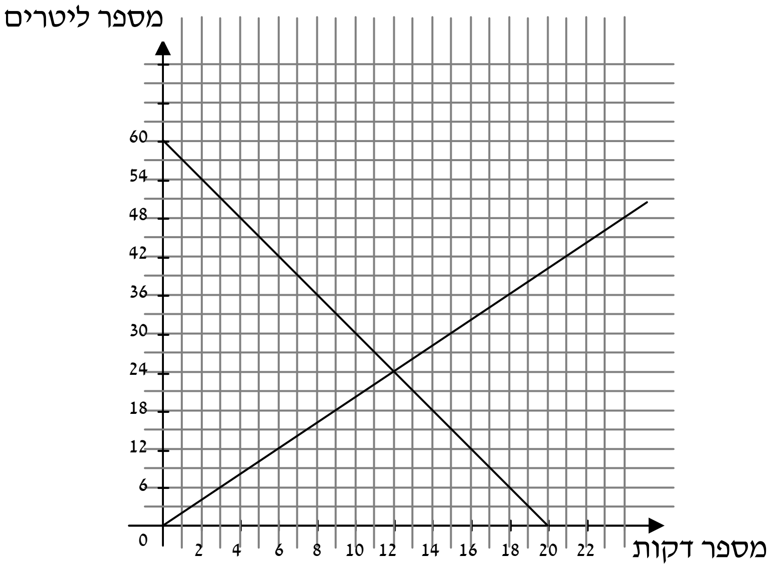
לומדים

כאשר לאותה תופעה יש מספר אפשרויות ביצוע - כגון : לתופעת השכרת הסרטים יש מספר מסלולי תשלום - אפשר להשוות בין האפשרויות ולבחור את הטובה ביותר. במקרה של שכירת סרטים הבחירה משתנה בהתאם למספר סרטי ההשכרה. כאשר בשאלות יש נתונים (מספר הסרטים), הנתונים משפיעים על בחירת הכדאיות. בשאלות אלו כדאי לבחור בפתרון גרפי. התלמידים בונים את המשוואות המתאימות להצעות המילוליות. במקום לפתור את המשוואות, מייצגים את הנתונים בגרף. מיומנות זו הם רכשו כבר. המיומנות החדשה היא להעביר את הישרים המקבילים לצירים ולמצוא את נקודות החיתוך שלהם עם הגרפים. ההשוואה החזותית בין נקודות החיתוך היא הפתרון. התלמידים רואים מהי הנקודה הימנית יותר או מהי הנקודה הגבוהה יותר, ומוצאים את הפתרון. הבדיקה האלגברית תאשר את הכדאיות ואילו הפתרון החזותי עלול להיות מדויק פחות. התלמידים לומדים לבחור בדרך הפתרון הנוחה יותר ולראות את היתרונות בשני הייצוגים : הגרפי והאלגברי.

מתרגלים

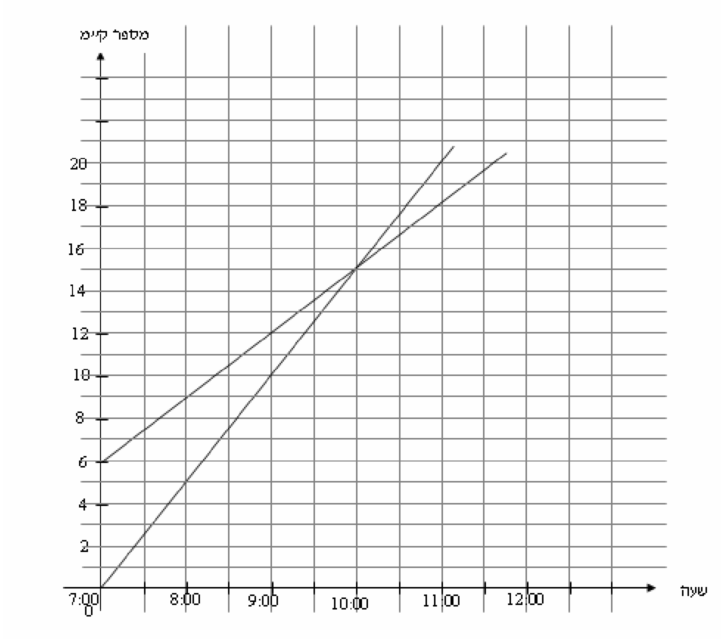
בתרגילים הבאים על התלמידים לסרטט גרפים. עליהם להחליט מה מייצג כל ציר, וכן איזה קנה-מידה כדאי לבחור.

11. א) $h(x)= 2x$,$g(x) = 60-3x$. ב) התלמידים נדרשים לסרטט את הגרפים של הפונקציות. ציר ה-x הוא ציר הזמן, ואפשר לבחור כקנה מידה שכל משבצת מייצגת 2 דקות. על ציר ה-y יש לסמן את כמות המים. אפשר לבחור כקנה מידה שכל משבצת מייצגת חמישה ליטרים. כמובן, אפשר לבחור קנה מידה אחר, תלוי בגודל הדף שמסרטטים עליו את הגרף.



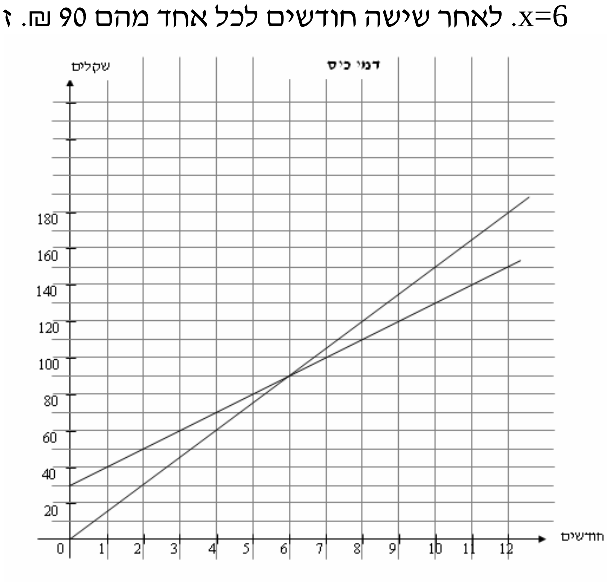
ג) מעבירים מקביל לציר ה-y בנקודות המתאימות על ציר ה-x. בדקה ה-7 הייתה במכל ב׳ כמות מים גדולה יותר. בדקה ה-12 הייתה בשני המכלים אותה כמות מים. ד) משווים את משוואות שתי הפונקציות. $2x=60-3x$. נקבל $x=12$. בדקה ה-12 תהיה בשני המכלים אותה כמות מים. כדי לקבוע מה כמות המים, אפשר להציב $x=12$ בכל אחת מהפונקציות. נקבל $h(12)=2\cdot12=24$ או $g(20)=60-3\cdot12=24$. כמות המים היא 24 ליטר.

12. א) הפונקציה $f(x)=5x$ מתאימה ליעל. הפונקציה $g(x)=3x+6$ מתאימה לרונית. ב) התלמידים נדרשים לסרטט את הגרפים של הפונקציות. ציר ה-x הוא ציר הזמן, ואפשר לבחור כקנה מידה שכל משבצת מייצגת 5 דקות. ציר ה-y הוא המרחק, ואפשר לסמן כל משבצת כ- 1 ק״מ.



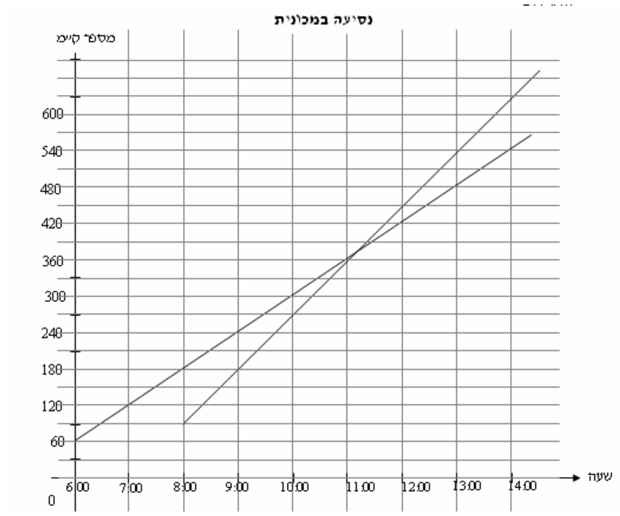
ג) מרחק הנקודה C מהנקודה B הוא שלושה קילומטרים. ד) יעל. לאחר חצי שעה יעל עברה מרחק של 2.5 ק״מ, ומרחקה מנקודת המפגש הוא 6.5 ק״מ. רונית עברה בחצי שעה 7.5 ק״מ , ומרחקה מנקודת המפגש הוא רק 1.5 ק״מ. ה) כדי למצוא את המרחק בין B ל-C בדרך אלגברית, יש להשוות את שתי הפונקציות. $5x=3x+6 \leftarrow x=3$. כדי למצוא מה המרחק לאחר חצי שעה, אפשר למצוא כל פונקציה כאשר $x=0.5$, ולהחסיר את התוצאה מ- 15 ש זה המרחק בין A ל-C.

13. ב) הפונקציה המתאימה לאריאל היא $f(x)=30+10x$. הפונקציה המתאימה לאיתן היא $g(x)=15x$. כדי לקבוע מתי היה לשניהם סכום כסף שווה, יש להשוות את שתי הפונקציות. $30+10x=15x \leftarrow x=6$. לאחר שישה חודשים לכל אחד מהם 90 ₪. זו נקודת חיתוך הגרפים.



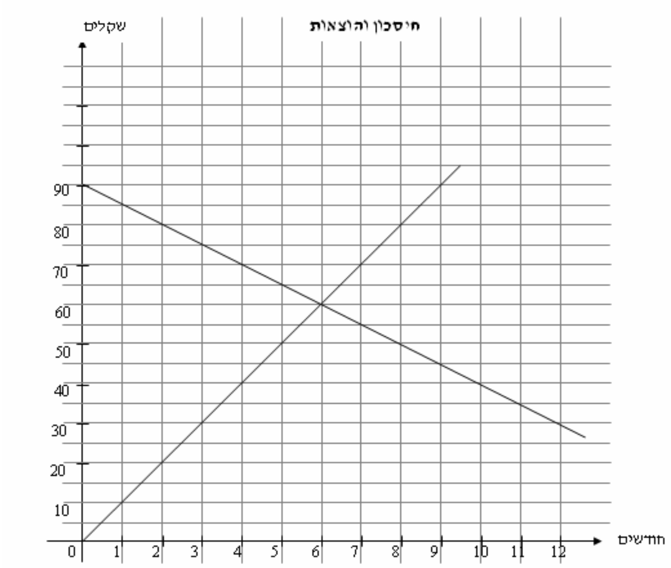
ג) בחודש השלישי היה לאריאל יותר כסף, ובחודש השמיני - לאיתן. מעבירים מקביל לציר ה-y מהנקודות המתאימות על ציר ה-x,ככל שנקודת החיתוך עם הגרפים גבוהה יותר, סכום הכסף גדול יותר.

14. א) הפונקציה המתאימה לאריאל היא $f(x)=60x$. הפונקציה המתאימה לנדב היא $g(x)=90(x-2)$.
ב) כדי לקבוע את זמן הפגישה יש להשוות את שתי הפונקציות. $60x=90(x-2) \leftarrow x=6$. הם נפגשו 6 שעות לאחר שאריאל יצא לדרך, כלומר בשעה 12:00.
ג)



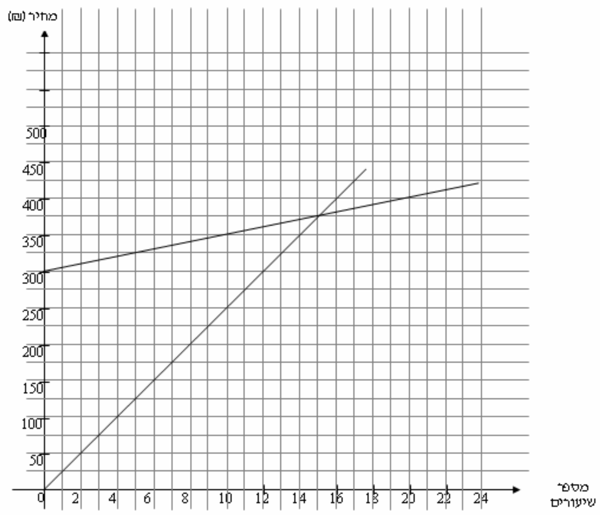
ד) זמן הפגישה הוא נקודת חיתוך הגרפים. (12:00,360) . ה) בשעה 10:00 – אריאל; בשעה 13:00 - נדב. מעבירים מקביל לציר ה-y מהנקודות המתאימות על ציר ה-x. ככל שנקודת החיתוך עם הגרפים גבוהה יותר, המרחק גדול יותר.

15. א)



ב) הפונקציה המתאימה להודיה היא $f(x)=90-5x$. הפונקציה המתאימה למוריה היא $g(x)=10x$. כדי לקבוע מתי היה לשתיהן סכום כסף שווה, יש להשוות את שתי הפונקציות. $90-5x=10x \leftarrow x=6$. לאחר שישה חודשים היה לכל אחת 60 ₪. זו נקודת חיתוך הגרפים. ג) בחודש הרביעי היה להודיה יותר כסף, ובחודש העשירי - למוריה. מעבירים מקביל לציר ה-y מהנקודות המתאימות על ציר ה-x. ככל שנקודת החיתוך עם הגרפים גבוהה יותר, סכום הכסף גדול יותר.

16. א) נקודת חיתוך הגרפים היא (15,375).



ב) הפונקציה המתאימה לאפשרות הראשונה היא $f(x)=300+5x$. הפונקציה המתאימה לאפשרות השנייה היא $g(x)=25x$. נשווה את שתי הפונקציות כך: $300+5x=25x \leftarrow x=15$. תמורת 15 שיעורים התשלום בכל אחת מהאפשרויות יהיה 375 ₪. ג) ליצחק כדאית אפשרות ב', ולאלי - אפשרות א'. אפשר לראות זאת בגרפים. מעבירים מקביל לציר ה-y מהנקודות המתאימות על ציר ה-x. ככל שנקודת החיתוך עם הגרפים גבוהה יותר, התשלום גבוה יותר. אפשר לראות זאת גם בדרך אלגברית: מציבים את ערך ה- x בכל אחת מהפונקציות ומחשבים את ערך הפונקציה בכל הצבה.

17. א) במסלול א' 1,400 ₪, במסלול ב' 1800 ₪. ב) $f(x)=400+100x$. $g(x)=180x$. ד) נשווה את שתי הפונקציות. $400+100x=180x \leftarrow x=5$. תמורת חמישה חודשים התשלום בכל אחד מהמסלולים הוא 900 ₪. זו נקודת חיתוך הגרפים. ה) מסלול ב'. מעבירים מקביל לציר ה-y בנקודה $x=4$ שעל ציר ה-x. ככל שנקודת החיתוך גבוהה, יותר התשלום גבוה יותר. אפשר לפתור זאת גם בדרך אלגברית: מציבים $x=4$ בכל אחת מהפונקציות ומחשבים את ערך הפונקציה. ו) תשעה חודשים.

18. א) הפונקציה המתאימה ליוני היא $f(x)=300+100x$. הפונקציה המתאימה לאפרת היא $g(x)=460+80x$. ג) כעבור שמונה חודשים יהיה לכל אחד מהם סכום של 1,100 ₪. זו נקודת החיתוך של הגרפים. ד) מעבירים מקביל לציר ה-x מהנקודה $y=1,000$ על ציר ה-y. ככל שנקודת החיתוך של המקביל עם הגרפים קרובה יותר, הזמן קצר יותר. לאפרת יהיה סכום של 1,000 ₪ לאחר 6.75 חודשים; ליוני - אחרי 7 חודשים. ה) לאחר עשרה חודשים יהיה לשניהם ביחד סכום של 2,500 ₪. $300+100x+460+80x=2500 \leftarrow x=9.67$.

ג. מרחק בין נקודות, עמ' 224

מגלים

התלמידים חוזרים על המיומנויות הידועות להם במציאת נקודות חיתוך של ישר עם הצירים ובמציאת נקודת חיתוך של שני ישרים. לאחר שהם מוצאים את קדקודי המשולש, הם מתבקשים למצוא מרחק בין שתי נקודות שעל ציר ה-x. מרחק זה הוא ההפרש בין שיעורי ה- x של הנקודות. משימה זו לא קשה לרוב התלמידים, והיא אינטואיטיבית. באותו אופן התלמידים מוצאים מרחק שבין שתי נקודות שעל ציר ה- y (ההפרש בין שיעורי ה- y של הנקודות). כעת קל למצוא מרחק בין שתי נקודות שיש להן אותו שיעור x, כלומר נקודות הנמצאות על אותו ישר המאונך לציר ה-x (המרחק של BH).

המשימה הקשה יותר היא למצוא מרחק בין שתי נקודות שאינן על הצירים, ואין להן אותו שיעור x או אותו שיעור y. כדי למצוא מרחק כזה אפשר הרמז לשימוש במשפט פיתגורס, וההנחה היא שתלמידים יצליחו למצוא את המרחק בעזרתו.

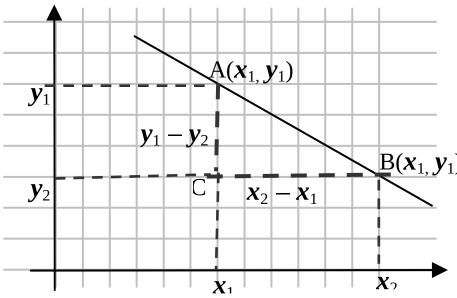
לומדים

נקודת חיתוך של ישר עם ציר ה- x תימצא כאשר במשוואת הישר נציב אפס במקום ה- y .
נקודת חיתוך של ישר עם ציר ה- y תימצא כאשר במשוואת הישר נציב אפס במקום ה- x .
נקודת החיתוך של שני ישרים תימצא כאשר נפתור את משוואות שני הישרים .

המרחק בין שתי נקודות על צירה-x הוא ההפרש בין שיעורי ה- x של שתי הנקודות. המרחק בין הנקודות על ציר ה- y הוא ההפרש בין שיעורי ה- y שלהן.

המרחק בין הנקודות $H(2,0)$ ו- $C(8,0)$ הוא 6 יחידות, כי ההפרש בין שיעורי ה- x שלהן הוא 6.
המרחק בין הנקודות $H(2,0)$ ו- $B(2,3)$ הוא 3 יחידות, כי ההפרש בין שיעורי ה- y שלהן הוא 3.
קל לחשב את המרחקים הללו, כי רואים אותם, והם אינטואיטיביים.

את המרחק בין שתי נקודות שאין להן אותו שיעור של x או אותו שיעור של y, יש למצוא בעזרת משפט פיתגורס. בשיעור אפשר ההסבר כך: המרחק בין שתי הנקודות הוא היתר (AB בסרטוט המצורף) גודל ניצב אחד הוא ההפרש בין שיעורי ה- x (BC בסרטוט) של הנקודות; וגודל הניצב האחר הוא ההפרש בין שיעורי ה- y של הנקודות (AC בסרטוט). רצוי לסרטט את המשולש ABC בצבעים ולהראות באותו צבע את ההפרש בין שיעורי ה- x $(x_2 - x_1)$ במשולש ועל הצירים $(x_2 - x_1)$ וכן את ההפרש בין שיעורי ה- y.
גודל היתר הוא השורש של סכום ריבועי הניצבים.
$AB^2 = AC^2 + BC^2$



מתרגלים

.19 הקטעים AB ו-BC מקבילים לצירים, ולכן כדי לחשב את אורכו של כל אחד מהם אפשר לחשב את ההפרש בין שיעורי ה-x וה-y בהתאמה. את אורכי הקטעים האחרים מחשבים על-ידי משפט פיתגורס.

.20 א) קטע AD מקביל לציר ה-x, קטעים BD ו- CD נמצאים על ציר ה-y, ולכן כדי לחשב את אורכם אפשר לחשב את ההפרש בין שיעורי ה-x וה-y בהתאמה. ג) מחשבים את האורך של AC לפי משפט פיתגורס במשולש ACD.

.21 א) בנקודה G נחתך הישר $y=2x+4$ בציר ה-y, לכן שיעוריה הם $G(0,4)$. בנקודה I נחתך הישר $y = \frac{1}{2}x - 2$ בציר ה-y, לכן שיעוריה $I(0,-2)$. נקודה H היא נקודת החיתוך של שני הישרים, ושיעוריה הם $H(-4,-4)$. ג) אנך מהקדקוד H לציר ה-y הוא ישר המקביל לציר ה-x. אורך האנך הוא 4, מרחק הנקודה H מציר ה-y. המרחק הוא הערך המוחלט של ההפרש בין שיעורי הנקודות. ד) מחשבים את GH לפי משפט פיתגורס במשולש שצלעותיו הן ציר ה- y, הישר GH והאנך מסעיף ג'. ה) מחשבים את HI לפי משפט פיתגורס במשולש שצלעותיו הן ציר ה- y, הישר HI והאנך מסעיף ג'.

.22 א) שתיים מצלעות המשולש, AB ו- BC, מקבילות לצירים, ולכן המשולש ישר-זווית. שטחו הוא מחצית ממכפלת ניצביו. אורך הניצבים הוא ההפרש בין שיעורי ה-x וה-y בהתאמה. שטח המשולש הוא 10 יחידות שטח. ג) מחשבים את AC לפי משפט פיתגורס במשולש ABC. ד) מחשבים את ADלפי משפט פיתגורס במשולש ABD.

.23 א) הישרים AD ו-AB נמצאים על הצירים, ולכן הם מאונכים זה לזה. לפי שיעורי הנקודות, DC מאונך לציר ה-Y ולישר BC. הישר BC מאונך לציר ה-X. נתקבל מרובע שארבע זוויותיו ישרות, ולכן הוא מלבן. ב) שטח המלבן הוא מכפלת צלעותיו הסמוכות. אורך הצלעות הוא ההפרש בין שיעורי ה-x וה-y בהתאמה, לכן השטח הוא 12 יחידות שטח. ג) מחשבים את אורך האלכסונים לפי משפט פיתגורס. $BD=AC = 5$.

.24 א) אפשר לחשב את אורכי הצלעות של המרובע לפי משפט פיתגורס במשולש שצלעותיו הן ציר ה-x, ציר ה- y ואחת הצלעות. מתקבל שאורך כל צלע הוא $\sqrt{74}$. מרובע שצלעותיו שוות הוא מעוין. ב) הנקודה M היא ראשית הצירים $(0,0)$. ג) אפשר למצוא את שטח המעוין על-ידי סכום המשולשים המרכיבים אותו: 4 פעמים המשולש ABM, או פעמיים משולש ABC. השטח המתקבל

הוא 70 יחידות שטח. ד) אורכי האלכסונים הם 10 ו-14 (ההפרש בין שיעורי ה- x וה- y בהתאמה). המכפלה היא 140. שטח המעוין הוא 70 יחידות שטח. בהמשך ילמדו התלמידים ששטח מעוין הוא מחצית ממכפלת האלכסונים.

25. אפשר להציע לתלמידים לסרטט את הנתונים, כדי "לראות" מה צריך לחשב. א) המרחק מהנקודה C לציר ה-x הוא הגובה במשולש ABC. אורכו 4 יחידות. שטח המשולש 14 יחידות שטח. השטח אינו תלוי במיקום הנקודות A ו-B על ציר ה- x, אלא במרחק ביניהן. ב) הקטע CD הוא תיכון במשולש, והוא מחלק את המשולש לשני משולשים שווי-שטח, לכן השטח ACD הוא 7 יחידות שטח. ג-ד) השטח של כל אחד מהמשולשים הוא מחצית משטח המשולש ABC, ולכן הוא 7 יחידות שטח.

26. אפשר להציע לתלמידים לסרטט את הנתונים כדי "לראות" מה צריך לחשב. א) מחשבים את AB לפי משפט פיתגורס. ב) שטח הריבוע הוא הצלע בחזקת 2. השטח: 25 יחידות שטח. ג) אורך האלכסון מחושב לפי משפט פיתגורס במשולש שניצביו הם צלעות הריבוע, והאלכסון הוא היתר במשולש. אורך האלכסון: $\sqrt{50} \approx 7.07$

27. א) המשולש הוא ישר זווית. לפי שיעורי הנקודות, צלע AB מקבילה לציר ה-x, צלע BC מקבילה לציר ה-y. הצירים מאונכים זה לזה ולכן הצלעות מאונכות. ב) אורך הצלע AB הוא 9 יחידות, ההפרש בין שיעורי ה-x. ג) אורך הצלע BC הוא 8 יחידות, ההפרש בין שיעורי ה-y. ד) אורך צלע AC הוא $\sqrt{145} = 12.04$ יחידות, לפי משפט פיתגורס. ה) אורך הקטע BD הוא 4 יחידות, ההפרש בין שיעורי ה-y. האורך של AD הוא $\sqrt{97} = 9.85$ יחידות, לפי משפט פיתגורס במשולש ABD.

ד. יחס הפוך והפונקציה $y = \frac{1}{x}$, עמ' 228

מגלים

בשאלה של בניית הסוכה שהתלמידים מתבקשים לפתור, ככל שמספר הפועלים גדל, מספר השעות הנחוץ לבניית הסוכה קטן.
התלמידים נשאלים על היחס בין המשתנה החופשי (כאן, מספר הבנאים) למשתנה התלוי (זמן בניית הסוכה). כדי לבנות פונקציה המתארת יחס כזה, על התלמידים לחלק כמות קבועה של ערכים של המשתנה החופשי. כלומר התלמידים **מחלקים** את הכמות של 12 השעות הנדרשות לבניית הסוכה על-ידי בן-אדם אחד, במספר הפועלים. התלמידים רואים כי ככל שהמכנה גדל, השבר קטן. (אם מספר הפועלים x גדל, השבר $\frac{12}{x}$ קטן ($x \neq 0$)).

לומדים

"יחס הפוך" מבטא ששני גדלים תלויים זה בזה באופן שככל שגודל אחד גדל פי מספר מסוים, הגודל האחר קטן פי אותו מספר. במונחים של פונקציה קיים "יחס הפוך" בין המשתנים, אם ככל שהמשתנה החופשי גדל פי מספר מסוים, המשתנה התלוי קטן פי אותו מספר. לדוגמה, במצב של ריצה, ככל שהמהירות גדלה, זמן הריצה קטן.

משוואת הפונקציה המתארת את הריצה של 3,000 מטר היא $y = \frac{3{,}000}{x}$. x הוא המשתנה החופשי (המהירות) ו -y הוא המשתנה התלוי (הזמן). ככל שהמכנה גדל השבר קטן.

באופן כללי **הפונקציה:** $y = \frac{k}{x}$ **מבטאת יחס הפוך**, כאשר k מספר קבוע שונה מ- 0.

אפשר לכתוב את הקשר הזה כך: $x \cdot y = k$ $(k \neq 0)$.

מתרגלים

28. יחס הפוך. כאשר a גדל, b קטן באותו יחס. כאשר a גדל פי שניים, b קטן פי שניים.

29. יחס ישר. כאשר a גדל, b גדל באותו יחס. כאשר a גדל פי שניים, b גדל פי שניים.

30. ככל שיש יותר מתנדבות הזמן קצר יותר. ז) $y = \frac{48}{3x}$. ח) יחס הפוך. ככל שמספר המתנדבות (x) גדל, הזמן (y) קטן.

31. ה) ככל שיש יותר פועלים, העבודה תסתיים מהר יותר, ומספר הימים קטן, לכן היחס הפוך. ו) המכפלה של מספר הימים במספר הפועלים הוא קבוע: 20. ז) $f(x)=\frac{20}{x}$.

32. ב) יחס הפוך. ככל שיש יותר תשלומים, הסכום של כל תשלום קטן. ג) בהחזר של חמישה תשלומים כל תשלום גדול פי שניים מהתשלום בהחזר של עשרה תשלומים. ד) $g(x)=\frac{7200}{x}$. ה) 720 ש״ח.

33. ב) היחס בין אורך המלבן לבין רוחבו הוא יחס הפוך. שטח המלבן קבוע, כיוון ששטח המלבן הוא המכפלה של אורך המלבן ברוחבו, וכאשר האורך גדל, הרוחב קטן. ד) $f(x)=\frac{96}{x}$.

ה) $p(x)=2x+\frac{192}{x}$.

34. א) מספר החבילות קטן יותר, מכיוון שבכל חבילה יש כמות גדולה יותר של תה. ב) יהיו לו 240 חבילות: 120 חבילות של 100 גר׳ ו-100 של 50 גר׳. נסמן את מספר החבילות מכל סוג ב-x. $100x+50x=180\cdot100 \rightarrow x=120$. מספר החבילות גדול יותר, משום שבחלק מהחבילות כמות התה קטנה יותר מהכמות שתוכננה. ג) 2.

ה. גרף הפונקציה $y=\frac{k}{x}$, עמ׳ 232

מגלים

התלמידים נדרשים לסרטט גרף כשנתונה טבלת הערכים לתופעה של נסיעה במהירות משתנה. התלמידים מגלים שהטבלה מייצגת יחס הפוך, כי ככל שהמהירות גדלה, זמן הנסיעה קטן.
התלמידים מקבלים הנחיות לבניית מערכת הצירים, והם מסרטטים את הנקודות בהתאם לטבלת הערכים ומנסים לחבר ביניהן. הגרף המתקבל אינו קו ישר, והוא מייצג פונקציה יורדת, כי ככל שערכי ה- x גדלים, ערכי ה- y קטנים.

לומדים

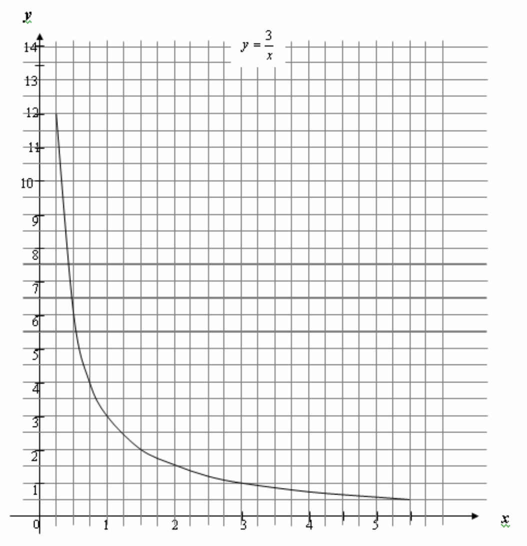
כאשר מסרטטים פונקציה של יחס הפוך, מתקבלות נקודות שלא נמצאות על אותו ישר. ככל שהנקודות צפופות יותר הקו המחבר ביניהן מדויק יותר ונראה "עקום". יש לעזור לתלמידים בתהליך חיבור הנקודות לקו עקום ולהעיר בזמן פעילות זו, כי אי-אפשר לקבל קו ישר.
רצוי להראות את הסרטוט גם על הלוח ולהוסיף נקודות המתאימות לפונקציה, שהן אינן בטבלת הערכים.
הדיון בצורת הגרף המתקבל צריך להיות בעניין התנהגותו: הגרף מתאר פונקציה יורדת.יש להשוות בין הגדרת היחס ההפוך להגדרת הפונקציה היורדת. על-פי שתי ההגדרות, ככל שגודל אחד גדל, הגודל האחר קטן, או ככל שהמשתנה החופשי גדל, המשתנה התלוי קטן. אין צורך לעסוק בחקירת הגרף הזה יותר, והתרגול יהיה רק לצייר גרף לפי שאלה מילולית שעניינה יחס הפוך, או תרגום מטבלת ערכים לגרף.

מתרגלים

35. א) במכונה השלישית. ככל שמספר הבקבוקים המתמלאים בדקה גדול יותר, מהירות המילוי גדולה יותר. ב) המכונה הראשונה ב-12 דקות, השנייה ב-6 דקות, והשלישית ב-4 דקות. ג) יחס הפוך. ככל שמספר הבקבוקים שממלאת המכונה בדקה גדול יותר, המהירות קטנה יותר.

ד) $v(x)=\frac{72}{x}$.

.36 ב)

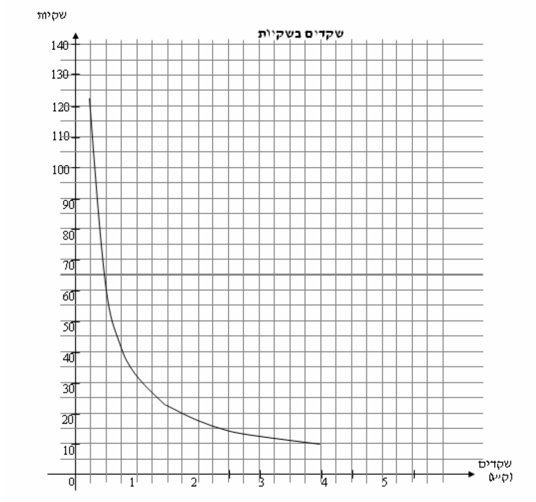


ג) הפונקציה יורדת. ככל ש-x גדל, y קטן.

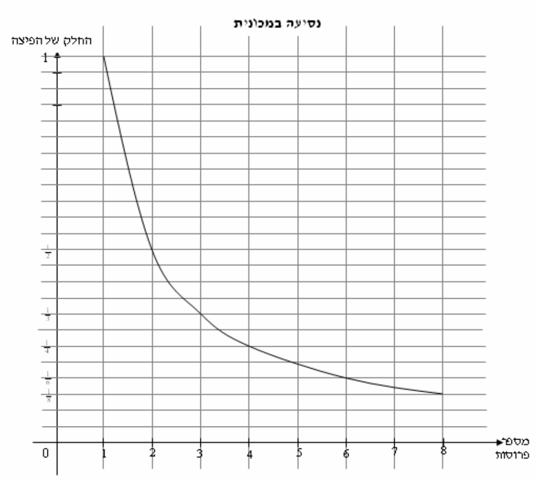
.37 ב) $g(x) = \frac{144}{x}$. ג) הפונקציה יורדת, גרף הפונקציה יורד.

.38 ב) $f(x) = \frac{30}{x}$.

ג)



.39 ב)



ג) ככל שמספר הפרוסות גדל, כל פרוסה קטנה יותר. המכנה מייצג את מספר הפרוסות, והשבר מייצג את גודל הפרוסה. ככל שהמכנה גדול יותר, השבר קטן יותר.

40. א) יחס הפוך. ככל שמספר החבילות גדל בכל חבילה יש פחות אוזני-המן. ב) מספר אוזני-ההמן בכל חבילה צריך להיות מספר טבעי.

42. ב) יחס הפוך. השטח הוא מחצית ממכפלת הבסיס בגובה. השטח קבוע, לכן כאשר הבסיס גדל, הגובה קטן. ג) $a = \frac{210}{h}$. (a הוא אורך הבסיס ו-h הוא אורך הגובה.) ה) הפונקציה מייצגת יחס הפוך. ככל שהמונה גדל, השבר קטן.

מיומנויות, עמ' 235

<u>פתרון שאלות העוסקות בהשתנות</u>

בתהליך פתרון שאלות העוסקות בהשתנות (השוואה בין אפשרויות שונות לאותה תופעה), יש היבט חישובי והיבט גרפי. שני היבטים אלה משלימים זה את זה. יש לקרוא עם התלמידים את חמשת השלבים, לראות אם הם מסכימים וזוכרים כל שלב בשאלות שפתרו, אחר-כך יש לפתור את הדוגמא של המתפרות.

1. כמו בכל השאלות המילוליות : **קוראים את הטקסט עד הסוף**.
2. מסמנים את הנתונים הקשורים לשתי האפשרויות.
3. מוצאים את משוואת הפונקציה המתאימה לכל אפשרות.
4. בונים מערכת צירים ומסרטטים את הפונקציות.
5. מסיקים מסקנות על-ידי הצבת ערכים במשוואות או הסתכלות בגרפים.

חשוב לעבור על המיומנות של מציאת הכדאיות ושל ההשוואות השונות בין האפשרויות המוצגות בשאלה.

א. <u>השוואה לאותו ערך של המשתנה החופשי</u> : מהערך הנתון על ציר ה- x מסרטטים ישר המקביל לציר ה- y. בודקים את המיקום היחסי של נקודות החיתוך של מקביל זה עם הגרפים הנתונים (מי גבוה יותר, מי נמוך יותר).

ב. <u>השוואה לאותו ערך של המשתנה התלוי</u> :

מהערך הנתון על ציר ה- y מסרטטים ישר המקביל לציר ה- x . בודקים את המיקום היחסי של נקודות החיתוך של מקביל זה עם הגרפים הנתונים (מי יותר ימינה, מי יותר שמאלה).

מוכנים להמשיך? עמ' 238

1. א)

מספר השתילים לכיתה	160	120	60	48	40	32
מספר הכיתות	6	8	16	20	24	30

ב) היחס הפוך. ככל שכל כיתה תקבל יותר שתילים, תהיינה פחות כיתות. ג) $y = \frac{960}{x}$.

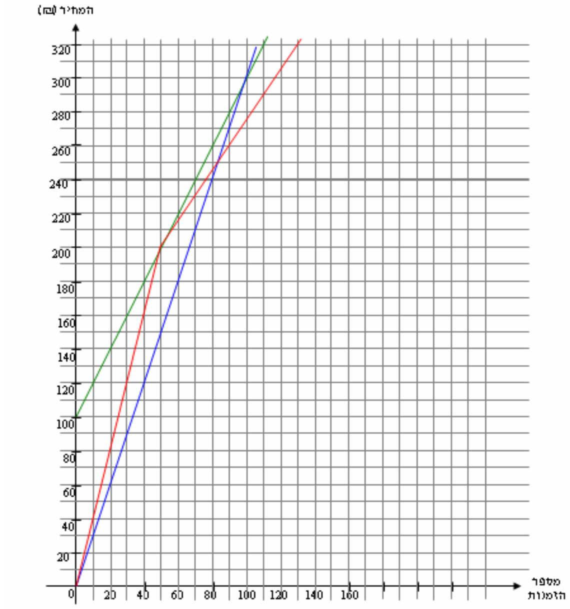
2. א) $f(x) = \frac{6x}{100}$. ב) $g(x) = \frac{9(120-x)}{100}$. ד) נקודת חיתוך הגרפים היא כאשר x=72. בנימין נסע 72 ק״מ. שמעון נסע 48 ק״מ באותה צריכת דלק. ה) יש להשוות את שתי הפונקציות. $\frac{9(120-x)}{100} = \frac{6x}{100} \leftarrow x=72$.

3. א) הקטעים AB ו- BC מקבילים לצירים, ולכן אורכם הוא ההפרש בין שיעורי ה-x וה-y בהתאמה. מחשבים את אורך הקטע AC לפי משפט פיתגורס במשולש ABC. ב) את המרחק של הנקודה D מראשית הצירים אפשר לחשב לפי משפט פיתגורס במשולש OBD. $1.5^2+(-1)^2=AC^2$ $\leftarrow AC = \sqrt{3.25} = 1.8$. ג) את המרחק AD אפשר לחשב לפי משפט פיתגורס במשולש ABD. $4.5^2+2^2=AD^2 \leftarrow AD = \sqrt{24.25} = 4.92$.

התרגילים בחלק זה מורכבים, ומשולבות בהם מספר מיומנויות. אפשר להשתמש בתרגילים אלה כסיום שיעור או כשיעורי בית, אך רצוי גם לתת חלק זה בסיום הנלמד.

.43 לאחר סרטוט הגרפים אפשר "לקרוא" את כל התשובות מתוך הסרטוט. מעבירים ישרים מקבילים לציר ה-x ומציר ה-y בהתאמה, וקוראים את נקודות החיתוך של הישרים המקבילים עם הגרפים.

א)

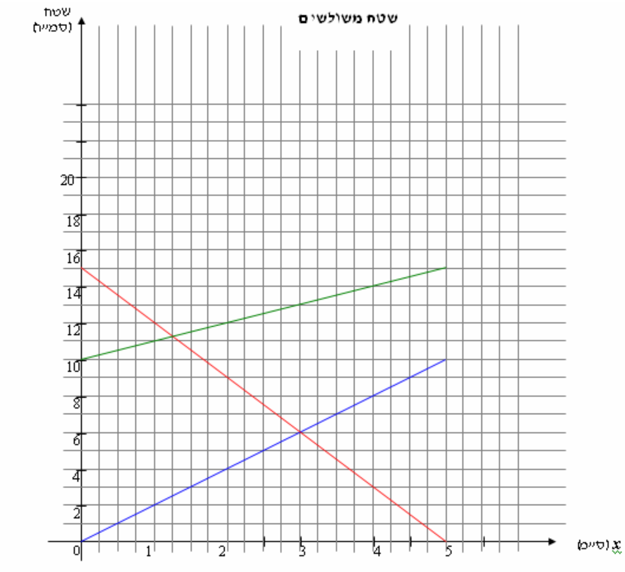


ב) ב"דפוס הקריה" המחיר של 50 הזמנות הוא רק 150 ₪. בדפוס "המדפיס" המחיר הוא 160 ₪, ובדפוס "המרכז" - 200 ₪. ג) בדפוס "המדפיס" המחיר של 100 הזמנות הוא רק 260 ₪. ב"דפוס הקריה" המחיר הוא 300 ₪, ובדפוס "המרכז" - 275 ₪. ד) בדפוס "המדפיס" תמורת 300 ₪ יקבל מר מזרחי 120 הזמנות. ב"דפוס הקריה" הוא יקבל 100 הזמנות, ובדפוס "המרכז" - 116 הזמנות.

.44 א) הגרף המתאים להצעת המנהל מתחיל בראשית הצירים. הגרף המתאים להצעת המורה מתחיל בנקודה (0,5) שעל ציר ה-y. ב) לפי הצעת המנהל, ציונו יהיה 77. לפי הצעת המורה, הציון יהיה רק 75. ג) הציון המקורי 50 יהיה לפי שתי ההצעות 55. זו נקודת החיתוך של שני הגרפים. ד) לפי הצעת המורה, הציון המקורי היה 83. לפי הצעת המנהל הציון, המקורי היה 80.

.45 א) המשולש ישר-זווית, ולכן שטחו הוא מחצית ממכפלת הניצבים. שטח המשולש ABM הוא 2x.
ב) המשולש ישר-זווית, ולכן שטחו הוא מחצית ממכפלת הניצבים. שטח המשולש CDM הוא 3(5-x). ג) כדי למצוא את שטח המשולש BCM , אפשר להפחית את שטח המשולשים מסעיף א' ו-ב' משטח הטרפז. שטח הטרפז הוא $\frac{(6+4)\cdot 5}{2}=25$. שטח המשולש BCM הוא 25-2x-3(5-x)=10+x. ד) שלוש הפונקציות מייצגות קו ישר.

ה)



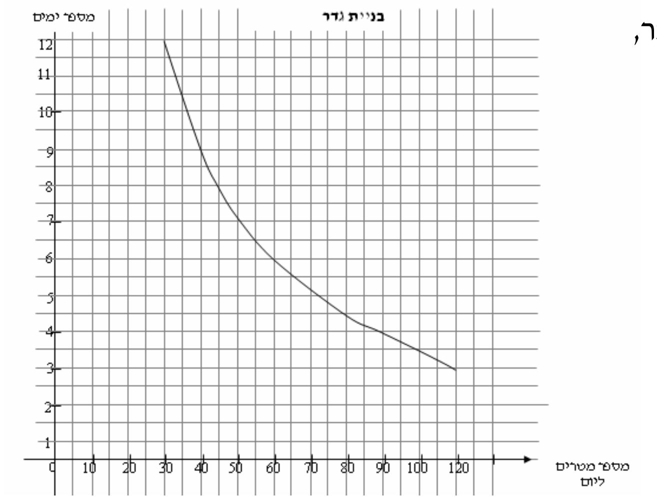
ו) לא. נקודת חיתוך הגרפים היא (10,20). לפי תנאי הבעיה $x<5$. הגרפים נחתכים מחוץ לתחום בו מתקיימת הבעיה. ז) לא. לפי סעיף ו׳, לשניים מהמשולשים אין שטח שווה, לכן לא ייתכן שלשלושת המשולשים יהיה שטח שווה. בסרטוט רואים שאין נקודה אחת משותפת לכל הישרים.

ח) כאשר $x=5/4$, לשני המשולשים שטח שווה. השטח השווה הוא $11\frac{1}{4}$ סמ״ר. זו נקודת החיתוך של הגרפים. ט) כאשר $x=3$, לשני המשולשים שטח שווה. השטח השווה הוא 6 סמ״ר.

46. א) שטח המלבן $5x$. ב) $f(x)=20\cdot 5x=100x$. ג) $g(x)=40\cdot 25=1{,}000$. ה) $f(x)=100x=800$ $\leftarrow x=8$. אורך המלבן צריך להיות שמונה מטרים. ו) כאשר $x=10$, כמות הפרחים בשני החלקים תהיה שווה.

47. ב) יחס הפוך. ככל שמספר הימים גדול יותר, קצב העבודה קטן יותר. ג) $f(x)=\frac{360}{x}$.

ד) הפונקציה יורדת. ככל ש-x גדל, מספר הימים גדל, ערך ה-y קטן, קצב העבודה קטן.



48. א) כל ילד יקבל יותר עוגיות. אותה כמות עוגיות תתחלק בין פחות ילדים. כל ילד יקבל 4 עוגיות. לגל יש בסה״כ 72 עוגיות.$(24\cdot 3=72)$. $4=18 :72$. ב) לגל היו בסה״כ 120 ממתקים. $(2\cdot 24 + 3\cdot 24=120)$. כל ילד יקבל 4 ממתקים. $(4=30 : 120)$. לא כל הילדים יקבלו אותם ממתקים, כיוון שמספר העוגיות ומספר מטבעות השוקולד שונה. ג) יחס הפוך. ככל שיש יותר שקיות, בכל שקית יהיו פחות ממתקים.

העמקה, עמ׳ 243

1. א) $s1 = 24 \cdot 10 + \frac{24x}{2} = 240 + 12x$. $S2 = \frac{30x}{2} = 15x$. $S3=20x$. ג) מעבירים ישרים מקבילים לציר ה-y בנקודות המתאימות שעל ציר ה-x. השטח הוא שיעור ה-y של נקודת החיתוך של הישר המקביל עם הגרפים.

X	18	24	40
שטח S1	456	528	720
שטח S2	270	360	600
שטח S3	360	480	800

ד) שטח S1 שווה לשטח S2 כאשר $x=80$. השטח השווה הוא 1200 יחידות שטח. שטח S1 שווה לשטח S3 כאשר $x=30$. השטח השווה הוא 600 יחידות שטח. אין x שבו שטח S2 יהיה שווה לשטח S3. השטח שווה בנקודת החיתוך של הגרפים. הישרים המייצגים את השטחים S2 ו- S3 אינם נחתכים. אמנם יש להם נקודה משותפת (0,0), אבל נקודה זו, בה $x=0$ וגם $y=0$ אינה משטח ולכן גם אין שטח. לא ייתכן שלשלושת המשטחים יהיה שטח שווה באותו ערך של x. לשלושת הישרים המייצגים את פונקציות השטח, אין נקודה משותפת. בדרך אלגברית יש להשוות את המשוואות המייצגות את פונקציות השטח. במשוואה $15x=20x$ הפתרון הוא $x=0$.