

א. יחס ופרופורציה

מגלים ולומדים

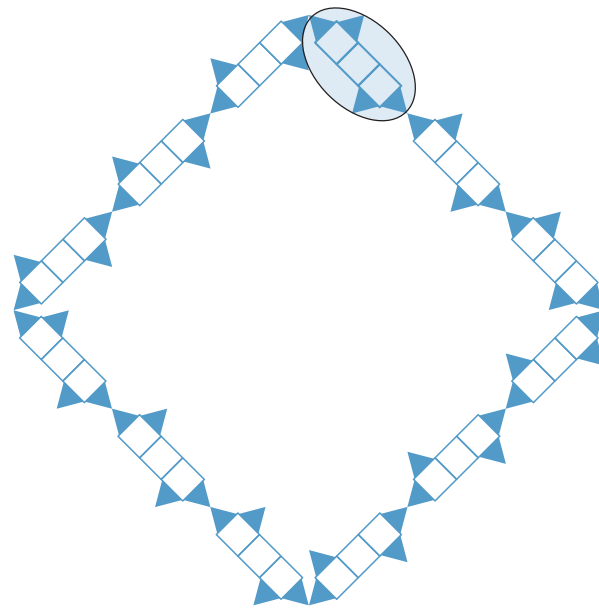
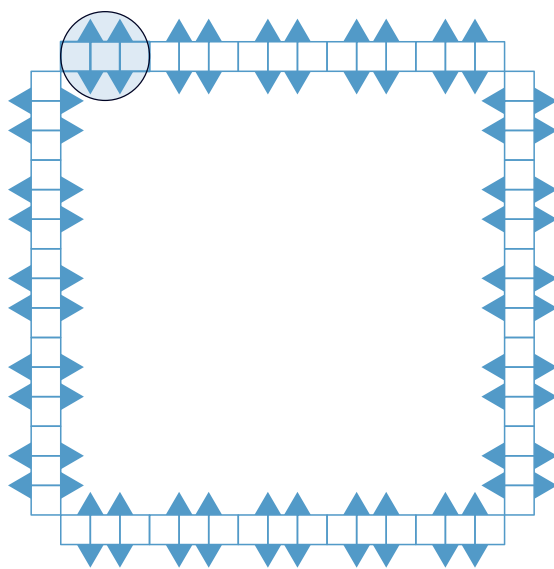


א. יחס-מהו?



מגלים

1 על מנת לעטר כרטיסי ברכה, שושי הגרפיקאית משתמשת בריבועים ובמשולשים. לפניכם שני עיטורים ששושי הכינה. בכל עיטור מוקף הדגם שבעזרתו הוא נבנה.



א במה הדגמים דומים? במה הם שונים?

ב קיימת חוקיות משותפת לדגמים.

מהי החוקיות לדעתכם?

ג בנו עיטור משלכם בעזרת הצורות שבנספח לפי החוקיות שמצאתם בסעיף ב'.

השתמשו ב- 16 משולשים.

בכמה ריבועים השתמשתם?

ד לפניכם טבלה המתארת קשר בין מספר הריבועים למספר המשולשים בכל אחד מהעיטורים של שושי.

השלימו את הטבלה שבנספח והסבירו כיצד השלמתם אותה.

3	6	?	12	33	?	ריבועים
4	8	12	?	?	100	משולשים

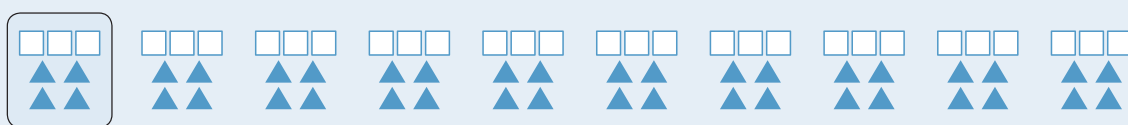
ה אם רוצים לשמור על החוקיות שבטבלה, האם יכולים להיות 14 ריבועים ו- 7 משולשים בעיטור?



יחס הוא קשר בין גדלים.

דוגמה:

בפעילות קיים **יחס** קבוע בין מספר המשולשים למספר הריבועים בכל דגם ובכל עיטור.
כנגד כל 3 ריבועים ישנם 4 משולשים, וגם **כנגד כל** 4 משולשים ישנם 3 ריבועים,
 לכן אם שושי תשתמש ב- 15 ריבועים, היא תצטרך 20 משולשים.
 אם שושי תשתמש ב- 40 משולשים, היא תצטרך 30 ריבועים.



באופן כללי את היחס בין a ל- b

כותבים: $a : b$, או כך: $\frac{a}{b}$.

קוראים: היחס בין a ל- b .

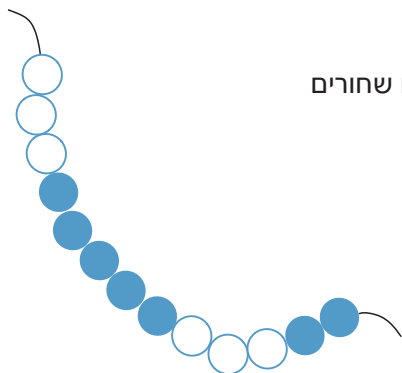
המספרים a ו- b נקראים **גורמי היחס** או **איברי היחס**.

גורמי היחס הם מספרים חיוביים.

את היחס בין מספר הריבועים למספר המשולשים כותבים כך: $4 : 3$ או כך: $\frac{3}{4}$.
 אומרים: "היחס בין מספר הריבועים למספר המשולשים הוא **שלוש לארבע**".
שימו לב למיקום המספרים בכתיבת היחס.



משימות לכיתה



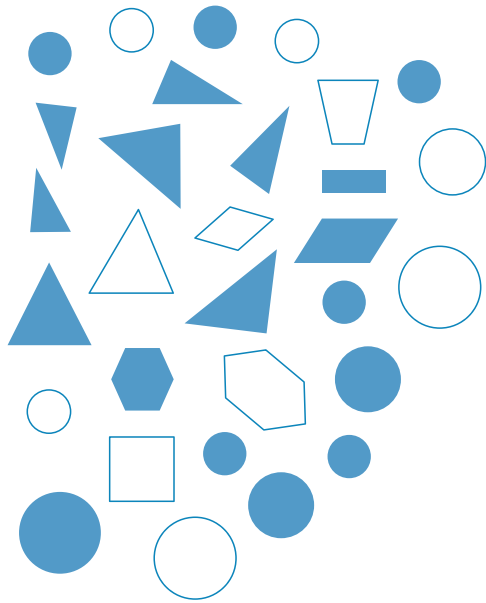
1 **נספח**

הודיה הכינה שרשרת מחרוזים לבנים ושחורים באופן הבא:
 היא השחילה שלושה חרוזים לבנים, לאחר מכן השחילה חמישה חרוזים שחורים
 ושוב שלושה חרוזים לבנים וכן הלאה.
 לפניכם ההתחלה של השרשרת של הודיה.

א ציירו בנספח וצבעו שרשרת חרוזים, כך שיהיו 24 חרוזים בסך הכול.

ב מהו היחס בין מספר החרוזים הלבנים למספר החרוזים השחורים?

א. יחס ופרופורציה / מגלים ולומדים



2 בעל פה לפניכם חלקים צבועים של משחק ילדים. ענו על השאלות.

- א** כמה חלקים הם משושים?
- ב** כמה חלקים הם עיגולים?
- ג** כמה חלקים הם מרובעים?
- ד** כמה חלקים הם משולשים?
- ה** כמה חלקים יש במשחק בסך הכול?
- ו** מהו היחס בין מספר העיגולים לסך כול החלקים?
- ז** מהו היחס בין מספר המשושים למספר העיגולים?
- ח** מהו היחס בין מספר המשולשים לסך כול החלקים?
- ט** מהו היחס בין מספר המרובעים למספר העיגולים?
- י** מהו היחס בין מספר החלקים עם מילוי לסך כול החלקים?

3 כתבו כול יחס בעזרת שני מספרים והסימן ': ' לפי הדוגמה:

דוגמה:

היחס בין 7 ל-10 הוא: 7 : 10.

- א** היחס בין 3 ל-7.
- ב** היחס בין 7 ל-3.
- ג** היחס בין 100 ל-0.25.
- ד** היחס בין 200 ל-600.
- ה** היחס בין 50 ל-250.
- ו** היחס בין 0.75 ל-1.

4 כתבו במילים כל אחד מהיחסים הבאים.

- א** 6 : 8
- ב** 4 : 1
- ג** 8 : 9
- ד** 1 : 4

5 בעל פה למה מתכוונים כאשר אומרים ש:

- א** היחס בין מספר המורים למספר התלמידים בבית-הספר הוא אחד לשלושים?
- ב** היחס בין מספר הרופאים למספר התושבים בארץ הוא 3,000 : 10?
- ג** היחס בין מספר הפקחים למספר הרחובות בעיר הוא 5 : 2?

6 בעל פה מהו היחס בין צלע הריבוע להיקף הריבוע?



מציאת הגורם החסר בפרופורציה

ישנן דרכים שונות למציאת הגורם החסר בפרופורציה. ברוב המקרים בחירת הדרך תלויה במספרים המופיעים בשאלה.

דרך א': שימוש בתכונת הפרופורציה

שאלה: מכונת צורכת 8 ליטר דלק ל-100 קילומטר. מהי צריכת הדלק של המכונה ל-250 ק"מ?

דרך הפתרון: המרחק וצריכת הדלק הם גדלים פרופורציוניים.

אפשר לכתוב: $\frac{8 \text{ ליטר}}{x} = \frac{100 \text{ ק"מ}}{250 \text{ ק"מ}}$ או ללא הכינויים: $\frac{8}{x} = \frac{100}{250}$
 בפרופורציה מכפלת האיברים הפנימיים שווה למכפלת האיברים החיצוניים,

$$100 \cdot x = 250 \cdot 8$$

$$100 \cdot x = 2,000$$

$$x = 20$$

תשובה: צריכת הדלק ל-250 ק"מ היא 20 ליטר.

דרך ב': על-ידי מציאת גורם הרחבה (או צמצום)

שאלה: שדה ששטחו 400 מ"ר מניב 200 ק"ג תפוחי אדמה. מהי תנובת שדה תפוחי-אדמה ששטחו 1,200 מ"ר?

דרך הפתרון: התנובה והשטח הם גדלים פרופורציוניים.

$$400 \text{ מ"ר} \rightarrow 200 \text{ ק"ג}$$

$$1,200 \text{ מ"ר} \rightarrow x \text{ ק"ג}$$

$$\frac{200}{x} = \frac{400}{1,200}$$

גורם ההרחבה הוא 2.

לכן בודקים איזה מספר צריך לכפול ב-2 כדי לקבל 1,200. המספר הוא 600.

תשובה: התנובה משדה ששטחו 1,200 מ"ר היא 600 ק"ג תפוחי אדמה.

דרך ג': שימוש בתכונות הגדלים ביחס ישר

שאלה: דוד קיבל 200 ₪ עבור 8 שעות עבודה. מה יהיה שכרו של דוד עבור 14 שעות עבודה?

14	8	מספר שעות עבודה
?	200	שכר (בשקלים)

דרך הפתרון: מספר שעות העבודה והשכר עבורם הם גדלים ביחס ישר. כאשר כופלים (או מחלקים) את מספר שעות העבודה במספר נתון, השכר מוכפל (או מחולק) באותו המספר. משתמשים בתכונה זו כמה פעמים בהתאם למספרים הנתונים.

14	2	8	מספר שעות עבודה
350	50	200	שכר (בשקלים)

$\cdot 7$ $: 4$
 $\cdot 7$ $: 4$

תשובה: עבור 14 שעות עבודה דוד יקבל 350 שקלים.

דרך ד': על-ידי חישוב מקדם הפרופורציה

שאלה: להדפסת 50 ספרים דרושות 40 חבילות של דפי נייר. כמה חבילות של דפי נייר נדרשות להדפסת 60 ספרים?

דרך הפתרון: א מחשבים את מקדם הפרופורציה, כלומר את כמות הנייר הנדרשת להדפסת ספר אחד. להדפסת 50 ספרים דרושות 40 חבילות, לכן להדפסת ספר אחד דרושות $50 : 40$ חבילות. $\frac{40}{50}$ הוא מקדם הפרופורציה. אין צורך לחשב את ערכו בשלב זה.

1	50	ספרים
$\frac{40}{50}$	40	חבילות

ב כופלים את הנתון השלישי ביחס בין הגדלים. כי להדפסת 60 ספרים דרושות פי 60 חבילות מאשר לספר אחד.

60	1	50	ספרים
$60 \cdot \frac{40}{50}$	$\frac{40}{50}$	40	חבילות

$$60 \cdot \frac{40}{50} = \frac{60 \cdot 40}{50} = \frac{2,400}{50} = 48$$

תשובה: להדפסת 60 ספרים דרושות 48 חבילות נייר.

מוכנים להמשיך?



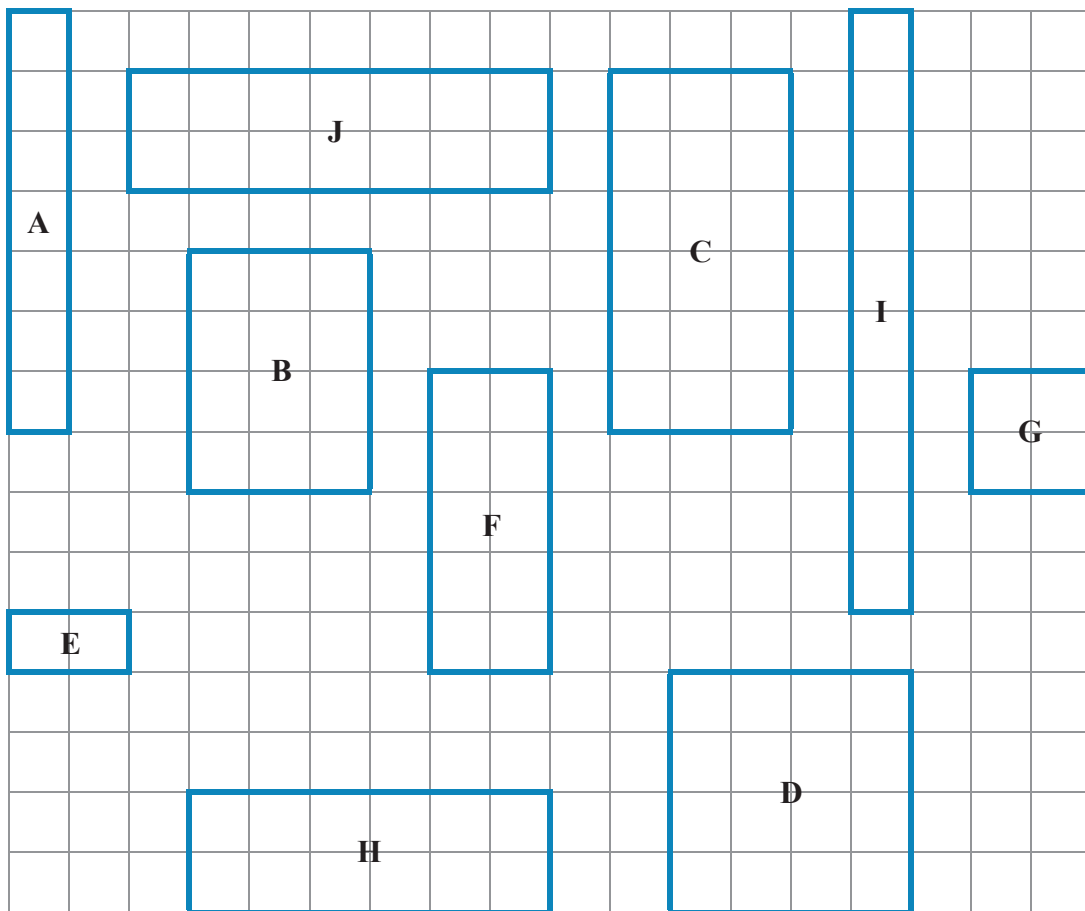
ד	ג	ב	א	ציינו מהן התשובות הנכונות.										
1. כדי לקבל צבע כחול בהיר מערבבים 4 צנצנות של צבע כחול עם שתי צנצנות זהות של צבע לבן.														
$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{2}{4}$	א. היחס בין הצבע הכחול לצבע שמתקבל הוא...										
$\frac{4}{2}$	$\frac{2}{4}$	4 : 2	2 : 4	ב. היחס בין הכחול ללבן הוא...										
היחס בין כמות הבטון לכמות המלט הוא 1 : 3	היחס בין כמות החול לכמות המלט הוא 3 : 1	לכמות מסוימת של חול דרושות 3 כמויות של מלט	לכמות מסוימת של מלט דרושות 3 כמויות של חול	2. היחס בין כמות המלט לכמות החול בהכנת בטון הוא 3 : 1. כלומר...										
6 : 10	$\frac{5}{3}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{5}{10}$	3. היחס $\frac{3}{5}$ שווה ליחס										
14 ק"מ ב-20 דקות	70 ק"מ בשעה	42 ק"מ בשעה	10 ק"מ ב-7 דקות	4. 7 ק"מ ב-10 דקות הם כמו...										
$2x = 100$	$\frac{1}{2}x = 4$	$10x = 20$	$20x = 10$	5. ידוע ש: $\frac{x}{20} = \frac{5}{2}$. לכן...										
$\frac{5}{7} = \frac{3x}{4y}$	$\frac{4y}{5} = \frac{3x}{7}$	$\frac{7}{4y} = \frac{5}{3x}$	$\frac{4y}{3x} = \frac{7}{5}$	6. נתון ש: $4 \cdot \frac{y}{7} = 3 \cdot \frac{x}{5}$. איזו משוואה אינה נכונה?										
$x = 0.2$	$x = 5$	$x = 3$	$x = 4$	7. $\frac{x}{15} = \frac{12}{36}$. לכן...										
$\frac{90}{30}$	$\frac{30}{9}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{9}{30}$	8. אורך נר אחד הוא 9 ס"מ. אורך נר שני הוא 30 מ"מ. היחס בין אורך הנר הראשון לאורך הנר השני הוא?										
3	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	9. לפניכם טבלת פרופורציה. מהו מקדם הפרופורציה? <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>9</td> <td>15</td> <td>1.5</td> <td>3</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>10</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>14</td> </tr> </table>	9	15	1.5	3	21	6	10	1	2	14
9	15	1.5	3	21										
6	10	1	2	14										

בדקו את תשובותיכם. אם טעיתם, מומלץ לחזור להקניות ולתרגילים הבאים:

9	8	7	6	5	4	3	2	ב1	א1	השאלות
ו	ג	ה	ה	ה	ג	ב	א	א	א	שיעורים
121	56	106-104	99-97	99-97	69,56	53,26-25	11,10,2	11,10,2	11,10,2	תרגילים

ממשיכים בתרגול

157 לפניכם מלבנים שונים.



מלאו את הטבלאות שבנספח לפי מידות המלבנים.

א כל תא כתבו יחס בין אורך לרוחב המלבן (האורך הוא הצלע הגדולה יותר).

J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	המלבן
				5 : 2						היחס בין אורך לרוחב

ב מהם המלבנים שהיחס בין המידות שלהם שווה?

163 היחס בין הגיל של ירון לגיל של יובל הוא 1 : 3.
מהו גילו של ירון אם יובל בן 3?

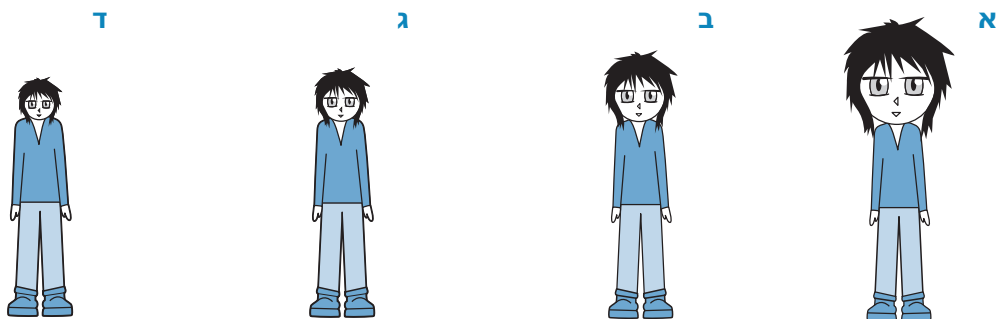
164 הלל הקטן הולך בצעדים שווים-אורך. הוא צעד מרחק של שני מטרים ב- 5 צעדים.

- א הלל עבר מרחק של 6 מטרים. כמה צעדים הוא צעד?
- ב הלל עבר מרחק של 10 מטרים. כמה צעדים הוא צעד?
- ג הלל עבר מרחק של 100 מטרים. כמה צעדים הוא צעד?
- ד הלל עבר מרחק של 300 מטרים. כמה צעדים הוא צעד?

165 צורף מוכר טבעות לפי משקל. מחירה של טבעת שמשקלה 8 גרם זהב הוא 416 ₪.

- א מהו מחירה של טבעת שמשקלה 15 גרם?
- ב הצורף מכר טבעת במחיר של 624 ₪. מהו משקל הטבעת?

166 כאשר מסרטטים דמות ב"קומיקס" היחס בין אורך הראש וגובה הדמות הוא 1 : 4.
איזו דמות מסורטטת לפי יחס זה?



167 א גזרו מהנספח את הרצועה שאורכה 4 ס"מ.



ב ציירו בעזרת הרצועה בלבד קטעים שאורכם:

$$AB = 8 \text{ ס"מ} \quad CD = 2 \text{ ס"מ} \quad EF = 6 \text{ ס"מ} \quad GH = 1 \text{ ס"מ} \quad IJ = 7 \text{ ס"מ} \quad KL = 3 \text{ ס"מ}$$

ג פרטו את דרך הסרטוט.

מה למדנו?



- יחס** הוא קשר בין גדלים: לכל a איברים של הגודל הראשון מתאימים b איברים של הגודל השני. כותבים את היחס בין a ל- b כך: $a : b$ או כך: $\frac{a}{b}$. קוראים: "היחס בין a ל- b ".
- המספרים a ו- b נקראים **גורמי היחס** או **איברי היחס**. גורמי היחס הם מספרים חיוביים. בדרך כלל היחס $a : b$ שונה מהיחס $b : a$.
- היחס מאפשר להשוות שני מספרים לפי מנתם.
- יחס נקרא **יחס מצומצם** כאשר שני הגורמים הם מספרים טבעיים שאין להם מחלק משותף השונה מ-1.

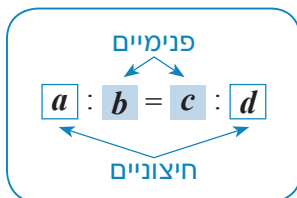
דוגמה:

2 : 3 הוא יחס מצומצם. 6 : 9 אינו יחס מצומצם, כי 3 הוא מחלק משותף ל-6 ול-9.

- אפשר לכתוב את המנה בין שני מספרים בעזרת סימן חילוק (:) או כשבר.
- כאשר כופלים או מחלקים את שני גורמי היחס באותו מספר חיובי, מקבלים יחס השווה ליחס נתון. באופן כללי: $(a \cdot k) : (b \cdot k) = a : b$ או $\frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$ ($k > 0$ ו- $b \neq 0$).
- על מנת לחשב יחס בין שני גדלים יש לבטא שני הגדלים באותה יחידה. לרוב, כאשר הגדלים מבוטאים בשתי יחידות שונות, כדאי לבטא את היחידות ביחידה הקטנה יותר.
- שוויון בין שני יחסים נקרא **פרופורציה**. ניתן להציג פרופורציה כך: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ וגם כך: $a : b = c : d$. קוראים: "היחס בין a ל- b שווה ליחס בין c ל- d ". המשמעות היא ש- a מתייחס ל- b כמו ש- c מתייחס ל- d .

המספרים בפרופורציה נקראים **איברי הפרופורציה**.

בפרופורציה $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ כל אחד מהאיברים a, b, c, d שונה מ-0.



בפרופורציה $a : b = c : d$

a ו- d הם **האיברים החיצוניים** של הפרופורציה,
 c ו- b הם **האיברים הפנימיים** של הפרופורציה.

כאשר ארבעה מספרים a, b, c, d מקיימים את הפרופורציה $a : b = c : d$, הם מקיימים גם את השוויון $a \cdot d = b \cdot c$, כלומר, מכפלת האיברים החיצוניים של פרופורציה שווה למכפלת האיברים הפנימיים.

א. יחס ופרופורציה / מה למדנו?

כדי לבדוק אם ארבעה מספרים הם איברים של פרופורציה שמתקיימת, די לבדוק שמכפלת האיברים החיצוניים שווה למכפלת האיברים הפנימיים.

דוגמה:

$$4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4}$$

אם מתקיימת פרופורציה $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ מקבלים פרופורציות חדשות ע"י:

• החלפת מקום האיברים הפנימיים $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

• החלפת מקום האיברים החיצוניים $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

כאשר מספר בפרופורציה אינו ידוע הפרופורציה הופכת למשוואה.

קיימות דרכים שונות למציאת הנעלם:

• על-ידי התכונה העיקרית של הפרופורציה $x \cdot d = b \cdot c \leftrightarrow \frac{x}{b} = \frac{c}{d}$ לכן $x = \frac{b \cdot c}{d}$.

• על-ידי מציאת גורם הרחבה (או צמצום).

שני גדלים הם **ביחס ישר** אם לכל ערך a של הגודל הראשון קיים ערך מתאים b של הגודל השני והיחס ביניהם **קבוע**, כלומר אם b מתקבל על-ידי כפל a במספר חיובי קבוע. מספר זה נקרא **מקדם הפרופורציה**.

כאשר שני גדלים הם **ביחס ישר**, אומרים שקיים **יחס ישר** בין שני הגדלים.

שתי סדרות מספרים הן ביחס ישר אם בין כל שני מספרים מתאימים קיים יחס קבוע.

כאשר שתי סדרות מספרים הן ביחס ישר, אם כופלים מספר באחת הסדרות במקדם הפרופורציה, מתקבל המספר המתאים בסדרה השנייה.

טבלה המתארת קשר בין שתי סדרות מספרים היא **טבלת היחס**, אם קיים אותו יחס בין הערכים המתאימים.

כאשר שני גדלים הם ביחס ישר:

• אם כופלים או מחלקים את ערך הגודל הראשון במספר מסוים (השונה מ-0) הערך המתאים של הגודל השני מוכפל או מחולק באותו מספר.

• סכום ערכים כלשהם של הגודל הראשון וסכום הערכים המתאימים של הגודל השני הם באותו יחס.

ישנן דרכים שונות למציאת הגורם החסר בפרופורציה:

• **דרך א:** שימוש בתכונת הפרופורציה.

• **דרך ב:** על-ידי מציאת גורם הרחבה (או צמצום).

• **דרך ג:** שימוש בתכונות הגדלים ביחס ישר.

• **דרך ד:** על-ידי חישוב מקדם הערך המתאים ל-1.

העמקה

ג. יחס ויחידות מידה: הסברים נוספים



לומדים

שימו לב, מבטאים מידה על-ידי מספר וכינוי.

דוגמה:

במידה 10 ס"מ המספר הוא 10 והכינוי הוא ס"מ.

כאשר שני גורמי היחס הם מאותו הגודל (אורך, זמן, שטח), היחס הוא מספר ללא כינוי.

דוגמאות:

- ❖ היחס בין 10 ס"מ ל-5 ס"מ הוא 5 : 10. יחס זה שווה ל-2, שהוא מספר ללא כינוי.
- ❖ היחס בין 900 מטר ל-3 שעות, שבו הגורמים הם לא מאותו הגודל (אורך וזמן), הוא 300 מטר לשעה. המספר הוא 300 והכינוי הוא "מטר לשעה".



משימות

1 חקירת מידות אנגליות.

בבריטניה ובארצות הברית עדיין משתמשים במידות עתיקות. לפניכם שמות של כמה ממידות אלה, הקשר ביניהן, ואורכן במידות עשרוניות.

שם היחידה	היחס ליחידה רגל	הערך במידות עשרוניות
אינץ'	$\frac{1}{12}$	25.4 מ"מ
רגל (foot)	1	304.8 מ"מ
יארד	3	0.9144 מטר

- א מהו היחס בין רגל לאינץ'?
- ב מהו היחס בין אינץ' ליארד?
- ג מהו היחס בין רגל ליארד?
- ד השתמשו במחשבון ובדקו מהו היחס בין רגל לאינץ' כאשר המידות הן מידות עשרוניות.

היסטוריה

יחסים מופלאים בעולם האטומים

החומר בנוי מיחידות מבנה זעירות המכונות אטומים. קיימים סוגים שונים של אטומים, כמו פחמן, חמצן ומימן. כאשר 2 אטומים או יותר מתקשרים זה לזה בקשר כימי מתקבלת מולקולה. שם המולקולה תלוי בשמות האטומים המרכיבים אותה, לדוגמה: פחמן חד-חמצני, חנקן דו-חמצני. כאשר היחס בין המספר של אותם האטומים משתנה, מקבלים מולקולות שונות בעלות תכונות שונות.

קשרים בין אטום חמצן ואטום פחמן

פחמן חד-חמצני – CO. היחס הוא 1 ל-1.

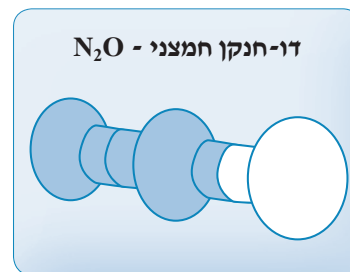
פחמן חד-חמצני נוצר כתוצאה משריפה של פחמן עם חמצן כאשר אין מספיק חמצן. הדבר יכול לקרות בשריפה חלקית של דלק מכוניות, גז בישול או נפט בתנור חימום. זהו גז רעיל חסר צבע וחסר ריח. ממה נובעת רעילותו של פחמן חד חמצני? אם אדם שואף את הגז, הוא מגיע אל הריאות ושם הוא מתקשר אל ההמוגלובין. יכולתו של הפחמן החד-חמצני להתקשר להמוגלובין גדולה פי 250 מזו של החמצן, דבר הפוגע ביכולתם של התאים האדומים לספק את החמצן הדרוש לתאי הגוף.

פחמן דו-חמצני – CO₂. היחס הוא 1 ל-2.

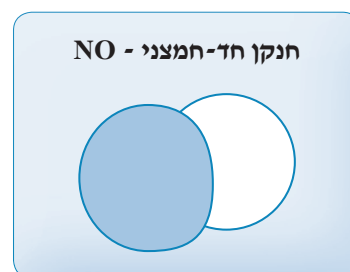
פחמן דו-חמצני הוא גז בלתי דליק, חסר צבע וריח. בתהליך הנשימה של צמחים ובעלי חיים נפלט פחמן דו-חמצני. מדי שנה משוחררים בכדור הארץ כ- 6.5 מיליארד טון של פחמן דו-חמצני. חלקו נמצא באטמוספירה ותורם להתחממות כדור הארץ, חלק אחר מתמוסס במי האוקיינוסים ומגביר את חומציותם, וחלק נקלט על-ידי הצמחים ומשמש אותם בתהליך הפוטוסינתזה.

נוסחת הפוטוסינתזה: פחמן דו-חמצני + מים $\xrightarrow[\text{כלורופיל}]{\text{אנרגיית אור}}$ גלוקוז + חמצן

קשרים בין אטום חמצן ואטום חנקן



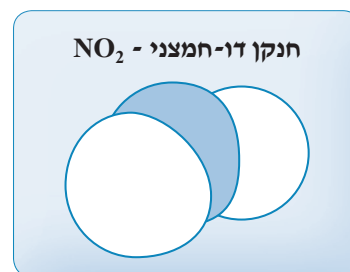
“גז הצחוק” בלשון העממית. גורם להרגשת התרוממות לאדם ששואף אותו. חסר צבע ויש לו ריח וטעם מתקתקים. במרפאות שיניים משתמשים בו כחומר מרגיע.



גז חסר צבע ומאוד פעיל.

התגלה שבדם של אנשי שבט האיימרה החיים בגובה של 4,000 מטר מעל פני הים יש ריכוז כפול של גז NO לעומת אנשים החיים בגובה פני הים.

לפגים שריאותיהם עדיין אינן בשלות בשלות נותנים באינקובטור אוויר מועשר ב- NO המגביר את חימצון ההמוגלובין ומשפר את הסעת החמצן לרקמות.



צבעו חום וריחו חריף.

מזהם אוויר ומשמש כדלק לטילים.

בטמפרטורת החדר תחמוצת חנקן זו היא גז רעיל, הפוגע בדרכי הנשימה ובריאות בפרט.