

## המחשבון המקולקל

מחקרים רבים מראים את החשיבות הגדולה שבפיתוח החוש המספרי אצל תלמידים. לאורך כל תכנית הלימודים החדשה נעשה ניסיון לפתח חוש זה. עושים זאת באמצעות חישובים בעל-פה, באמצעות ביצוע אומדן, באמצעות בדיקת תוצאה שהתקבלה על-ידי שיקולים של התאמה לבעיה המקורית, ובאמצעות מגוון דרכים נוספות. הפרק המוצע מהווה כלי נוסף לפיתוח החוש המספרי בקרב תלמידים חזקים. הפרק מפתח "תובנות מספריות", ומציע לתלמידים מגוון עשיר של תרגילים. העבודה בפרק כמעט ולא דורשת ידע קודם ויכולה לאפשר עבודה מהנה גם בכיתה הטרואגנית. ההמלצה הכללית היא לאפשר לילדים לפתור את התרגילים שבפרק במספר רב של דרכים, כאשר כל דרך היא לגיטימית, כל עוד היא נכונה מבחינה מתמטית. ההמלצה הכללית היא לשתף בפתרון התרגילים כמה שיותר תלמידים, על מנת לחשוף את התלמידים למספר רב של דרכי פתרון.

מקרא מקשים מיוחדים	
M+	להוספת המספר המוצג למספר כלשהו שכבר נמצא בזיכרון. עם זאת, סכום המספרים לא מוצג.
M-	לחיסור המספר המוצג ממספר כלשהו שכבר נמצא בזיכרון. עם זאת, סכום המספרים לא מוצג.
MC	לניקוי מספר כלשהו המאוחסן בזיכרון.
MR	לאחזור המספר המאוחסן בזיכרון. המספר נשאר בזיכרון.
-/+	לשינוי הסימן של המספר המוצג. (המקש יצא לא ברור בחוברת)
C	לניקוי החישוב הנוכחי.
1/x	לחישוב המספר ההפוך למספר המוצג.
x <sup>2</sup>	להעלאה בריבוע של המספר המוצג.

שיעור ראשון: מקשי ספרות מקולקלים עמ' 62 (כשני שיעורים).

### המלצה להוראה:

מומלץ להעביר את השיעור בעבודה עצמית (בקבוצות קטנות ובזוגות), כאשר כדאי לבדוק מספר תרגילים על הלוח, על מנת לראות שהתלמידים מבינים איך להשתמש בפעולות השונות.

### תשובות והערות לתרגילים:

(1) לדוגמה:  $(6 + 6 + 6) \cdot 6 = 108$       $(6 + 6) \cdot 6 - 6 = 66$       $6 \cdot 6 + 6 + 6 = 48$   
 $(6 + 6) : (6 + 6) = 1$       $6 + 6 + 6 + 6 = 24$       $(6 \cdot 6 - 6) : 6 = 5$   
 $(6 - 6) : 6 + 6 = 6$       $(6 - 6 : 6) \cdot 6 = 30$       $(6 + 6) : 6 + 6 = 8$   
 $(6 \cdot 6 - 6) \cdot 6 = 180$

(2) לדוגמה:  $(5+5+5) : 5=3$       $(5+5) \cdot 5+5=55$       $5 \cdot 5 : 5 \cdot 5=25$   
 $5 \cdot 5 + 5 : 5=26$       $5 \cdot 5 \cdot 5 - 5=120$       $(5+5 : 5) \cdot 5=30$       $(5+5+5+5)=20$   
 $5 \cdot 5 + 5 \cdot 5=50$       $(5-5) : 5+5=5$

(3) א) לדוגמה:  $12 \div 2=6$       $120 \div 2 \div 12=5$       $2^2=4$       $12 \div 2^2=3$   
 $12^2 \div 2^2 \div 2^2=9$       $2 \cdot 2 \cdot 2=8$       $21 \div 12 \cdot 2^2=7$   
 ב) לדוגמה:  $22^2 - 4 = 480$       $9^2 - 49 = 32$       $24 - 9 = 15$       $4^2 - 2 = 14$       $9 - 2 = 7$       $9 - 4 = 1$

(4) לדוגמה:  $((2^2)^2) \div 2^2 \div 2 = 32$       $22 : 2 = 11$   
 $2 + 2 + 2 + \dots + 2 = 100$  (חמישים מחוברים)     בדרך זו ניתן להגיע לכל מספר זוגי.  
 $2 + 2 + 2^0 = 5$  (בדרך זו ניתן להגיע לכל מספר אי-זוגי)

(5) לדוגמה: א)  $25 \cdot 4 = 100$      ב)  $8^2 + 1 \pm = 63$      ג)  $5 \div 2^2 = 1.25$      ד)  $(40-3) \cdot 27 = 999$

## המחשבון המקולקל

**שיעור שני: מקשי פעולות מקולקלים עמ' 64 (שיעור אחד)**

### המלצה להוראה:

התלמידים יכולים לפתור את התרגילים בעבודה עצמית, כאשר כדאי לבדוק מספר תרגילים על הלוח, על מנת לראות שהתלמידים מבינים איך להשתמש בפעולות השונות. מומלץ לבדוק אם התלמידים הסיקו מסקנה נכונה בתרגיל 5 (עמ' 65) ולראות שהתלמידים הגיעו לניסוח החוקיות הרצויה (כנ"ל גם בתרגיל 6 ב').

### תשובות והערות לתרגילים:

- (1)  $12345 + 6789 \pm = 5556$ . חיסור שווה לחיבור המספר הנגדי.  
 מקש זה לא מופיע במחשבון שבחוברת  
 דרך אחרת: שימוש במקשים  $m+$ ,  $m-$ ,  $mr$ ,  
 $12345 m+ 6789 m-=mr5556$
- (2)  $65536 \cdot 512 \left(\frac{1}{x}\right) = 128$ . חילוק שווה לכפל במספר ההפוך.
- (3) א)  $3928 - 1655 \pm = 5583$ . חיבור שווה לחיסור המספר הנגדי. ראה שיטה אחרת במשימה מס' 1.  
 ב) על בסיס  $a + b = 2 \cdot a - (a - b)$  אפשר לכתוב  $M - MR = 3928 - 1655$   $M + 7856$   
 ג) בדרך דומה  $a + b = 3 \cdot a - (2a - b)$
- (4)  $12 \div (432 - 512 \pm) \left(\frac{1}{x}\right) = 11,328$ . במקום לחבר מחסרים את הנגדי, במקום לכפול מחלקים במספר ההפוך.
- (5) א) 5. ב) 11. ג) 13. ד) 16.  
 התוצאה היא סכום שני המספרים שבמכנה.  
 התלמידים בכיתה ז' אינם מכירים את נוסחאות הכפל המקוצר. הכוונה היא שהם יגלו את החוקיות ויפתרו בעזרתה את התרגילים.
- עבור  $a \neq b$  מתקיים:  $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a + b)(a - b)}{a - b} = a + b$
- (6) א)  $5583 = \frac{3928 \cdot 3928 - 1655 \cdot 1655}{3928 - 1655} = 3928 + 1655$  ב) כן.

**שיעור שלישי: המחשבון המשונה, עמ' 66 (כשני שיעורים)**

### המלצה להוראה:

"המחשבון המשונה" מתאים לעבודה עצמית רק בקבוצות חזקות במיוחד. בקבוצות אחרות מומלץ להתחיל מהצגת הפעולה @ ולוודא שהתלמידים הבינו היטב את הפעולה. לאחר מכן ניתן לתת לתלמידים לפתור תרגיל אחר תרגיל, ובסוף לסכם ולבדוק את התוצאות שהתקבלו. התלמידים נדרשים לדעת סדר פעולות חשבון, ולהקפיד על רישום נכון של מונה ומכנה בפעולה @. בתרגיל 3 התלמידים יגלו כיצד לבצע פעולת חילוק במחשבון המשונה. כדאי לעצור ולתת דוגמאות נוספות עם מספרים אחרים, על מנת לוודא שהתלמידים הבינו שניתן להכליל את התרגיל גם למקרים אחרים. חשוב להקפיד לא להציב במכנה b שווה לאפס.

בתרגיל 4 יגלו התלמידים כיצד לבצע פעולת כפל באמצעות המחשבון המשונה. גם כאן כדאי לעצור ולוודא שהתלמידים מבינים שניתן להכליל את התרגיל למספרים אחרים. בתרגילים 6 ו-7 יגלו התלמידים כיצד לבצע פעולות חיסור וחיבור. התרגילים בחלק האחרון הם תרגילים קשים שכוללים שלבים רבים ודיוק רב. ניתן לשקול לגבי קבוצות פחות חזקות לעצור בתרגיל 4 ולסכם את הממצאים. אפשר לסכם ולומר שבתרגילים הבאים שהם מורכבים יותר, לומדים לבצע פעולות נוספות.

## המחשבון המקולקל

### תשובות והערות לתרגילים:

- (1) א)  $10@1=1-10/1=-9$       ב)  $1@10=1-1/10=9/10$
- (2) א) ביטוי 4.      ב) ביטוי 2.      ג) ביטוי 3.      ד)  $(1@a)@1$
- הסבר ל-ד':  $1@a=1-\frac{1}{a}$        $1-\frac{1}{a}=\frac{a-1}{a}$        $\frac{a-1}{a}@1=1-\frac{a-1}{a}=\frac{a-a+1}{a}=\frac{1}{a}$
- (3) א)  $(7@10)@1=7/10$       ב)  $7@10=1-7/10=3/10$       ג)  $3/10@1=1-3/10=7/10$
- ב)  $(a@b)@1=a/b$       א)  $a@b=1-\frac{a}{b}=\frac{b-a}{b}$       ב)  $\frac{b-a}{b}@1=1-\frac{b-a}{b}=\frac{b-b+a}{b}=\frac{a}{b}$       ג)  $(25@4)@1=25/4$
- (4) א)  $1@1\{25@[(1@64)@1]\}$ . יש לבצע את הפעולות לפי סדר הסוגריים, מבפנים החוצה.  
 שלב א':  $1@64=1-1/64=63/64$       שלב ב':  $63/64@1=1-63/64=1/64$   
 שלב ג':  $25@1/64=1-25\cdot64$       שלב ד':  $(1-25\cdot64)@1=1-(1-25\cdot64)=25\cdot64$
- (5) ביטוי ג'.
- (6) א)  $a-b$       ב)  $a-b$       ג)  $9\cdot(5@9)=9\cdot(1-5/9)=9\cdot4/9=4$  את המכפלה נחשב על ידי הנוסחה  
 שמופיעה בתרגיל 5, סעיף א', כאשר  $c=9$ ,  $d=(5@9)$ .
- (7)  $9\cdot(5@9)=9\cdot(1\pm\frac{5}{9})=9\cdot\frac{14}{9}=14$
- (8) המתמטיקאי צדק. בתרגילים 3 - 4 בצענו חילוק וכפל. בתרגילים 6 - 7 בצענו חיסור וחיבור.
- (9) א) יש לבצע את הפעולות לפי סדר הסוגריים, מבפנים החוצה.  
 שלב א':  $9@1=1-9=-8$       שלב ב':  $5@-8=1+5/8=13/8$   
 שלב ג':  $1@13/8=1-8/13=5/13$       שלב ד':  $5/13@1=1-5/13=8/13$   
 שלב ה':  $9\times1=[9@{(1@1)@1}]=9@{0@1}=9@1=1-9=-8$   
 שלב ו':  $14@1=1-14=-13$        $-8@8/13=1-\frac{8}{13}=\frac{5}{13}$
- ב) המחשב יוכל לבצע את כל 4 פעולות החשבון גם ללא המקש  $\pm$ . הביצוע יכלול יותר שלבים.  
 בתרגיל 7 ביצענו תרגיל חיבור בעזרת המקש  $\pm$ , בתרגיל 9 ביצענו אותו תרגיל ללא המקש  $\pm$ .