מספרים במצרים העתיקה

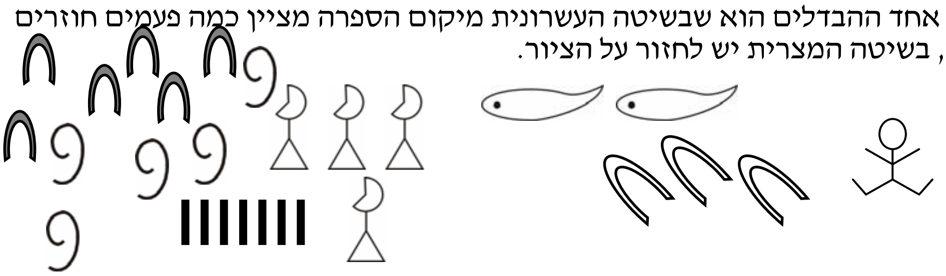
בנוסף למטרות המובנות מאליו של חומרי הלימוד לתלמידים מתקדמים, כגון פיתוח חשיבה גבוהה, המצאת שיטות חישוב, פיתוח שיטתיות, התמדה בעבודה, מטרת הפעילויות בפרק זה היא לגרום לתלמידים להתמודד עם "חשיבה אחרת" במה שנוגע לעולם המספרים.
דרך "המספרים במצרים העתיקה" התלמידים מבינים מצד אחד שהשאלות הבסיסיות הקשורות ל"חשבון": "כמה יש? איך לכתוב מספר? איך לקרוא מספר? איך מתמודדים עם מספר הקטן מ- 1?" משותפות לתרבויות שונות, אם לא לכל האנושות, ומצד שני הם מבינים שלתרבויות שונות יש תשובות שונות לאותן שאלות.
חשיפה למבנה מספרים שאינו מבוסס על חשיבות מקום הספרה במספר, מובילה להבנה יותר עמוקה של המבנה העשרוני, של חישובי שברים ואולי גם להערכה של הדרך שעברה המתמטיקה במשך ארבעת-אלפים שנה.
חשוב לציין שעמודים אלה אינם "שיעורים", אלא הם חקירות המנוהלות על-ידי התלמידים.
חשוב לתת להם את הזמן ולאפשר דיון חופשי ביניהם.

שיעור ראשון: שיטות המספור – מספרים שלמים, עמ' 33

בחלק זה חוקרים את שיטת כתיבת המספרים השלמים במצרים. יש לציין שכמו במבנה העשרוני הבסיס הוא 10, ושהפעולות הנדרשות "לפענוח" הכתוב הן כפל וחיבור. ההבדלים העיקריים הם שאין צורך ב- 0 ושאין חשיבות לסדר הציורים. אפשר להמחיש זאת בעזרת כרטיסיות של הספרות המצריות. מניחים כמה כרטיסיות אקראיות ללא סדר על השולחן. אפשר תמיד להבין באיזה מספר מדובר (בניגוד לשיטה העשרונית).

תשובות והערות לתרגילים:

(1) א) 1,136,023. ד) אחד ההבדלים הוא שבשיטה העשרונית מיקום הספרה מציין כמה פעמים חוזרים על יחידה כלשהי, בשיטה המצרית יש לחזור על הציור.
ו)



ח) 9,999,999.

(2) א) 104,111. ב) המספר השמאלי. (ה"דג", שהוא המספר הגדול מבין המספרים המופיעים, מופיע רק בצד שמאל.)

שיעור שני: שיטות המספור – שברים, עמ' 35

כמו כתיבת המספרים, כתיבת השברים מאפיינת כל תרבות. המיוחד בשברים המצריים הוא שאין צורך במונה! כל השברים הם שברים יסודיים (המונה הוא 1), פרט לשני-שליש שלו יש סימון נפרד.
הסימן  הוא קו השבר, והמספר הכתוב מתחתיו הוא המכנה של השבר.
לדוגמה,  הוא $\frac{1}{11}$. מובן שהשאלה היא איך כותבים שברים אחרים. בעמודים אלה התלמידים חוקרים את התשובה המצרית לשאלה זאת. בפפירוס ריינד מופיעות טבלאות המאפשרות לכתוב כל שבר כסכום של שברים יסודיים שונים. הידע הקודם המתבקש הוא רק חישובי מכנה משותף וסכום והפרש של שברים.

תשובות והערות לתרגילים:

(1) ב) $\frac{1}{(2n+1)(n+1)}+\frac{1}{n+1}=\frac{2}{2n+1}$. התלמידים יכולים לגלות את הקשר שבין המכנה של השבר הקטן בסכום (מכפלת המכנה של השבר המקורי במכנה של השבר הגדול). נשאר להם לגלות את הקשר שבין המכנה של השבר הגדול בסכום לבין המכנה של השבר המקורי. כתיבת מכנה זה בצורה $2n+1$ מאפשרת לראות שהמכנה של השבר הגדול בסכום הוא n.

מספרים במצרים העתיקה

(2) תרגום מכתב מצרי לעברית.
א) 1/3 של 2/3 הם 1/6 ו-1/18. ב) 2/3 של 1/3 הם 1/6 ו- 1/18. ג) 2/3 של 1/6 הם 1/12 ו- 1/36.
ד) 2/3 של 1/2 הם 1/3 ה) 1/3 של 1/2 הם 1/6. ו) 1/6 של 1/2 הם 1/12.
ז) 1/12 של 1/2 הם 1/24

(3) כאשר המכנה זוגי אפשר לצמצמו עם המונה. $\frac{2}{2n}=\frac{1}{n}$.

(4) א) לדוגמה: $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{5+1}{10}=\frac{5}{10}+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$.
ב) לדוגמה: $\frac{3}{8}=\frac{2+1}{8}=\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$.
ג) לדוגמה: $\frac{5}{9}=\frac{10}{18}=\frac{9+1}{18}=\frac{9}{18}+\frac{1}{18}=\frac{1}{2}+\frac{1}{18}$.
ד) לדוגמה: $\frac{7}{10}=\frac{5+2}{10}=\frac{5}{10}+\frac{2}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$.

(5) א) לדוגמה: $\frac{5}{21}=\frac{1}{5}+\frac{1}{35}+\frac{1}{105}$. ב) 1/4>5/21. ג) 5/21>1/5. ד) 1/5.

(6) שלב I: מצאו את השבר המצרי הגדול ביותר, הקטן מהשבר שלכם.
שלב II: הפחיתו מהשבר שלכם את השבר המצרי שמצאתם.
שלב III: אם ההפרש אינו שבר יחידה, חזרו על שלבים I ו- II עם ההפרש, עד שתגיעו לשברי יחידה.
שלב IV: רשמו את סכום ההפרשים שקבלתם.

(7) א) לדוגמה: $\frac{7}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{120}$, לפי שאלה 6. שלב I: מצאנו את השבר המצרי הגדול ביותר הקטן 7/15. השבר הוא 1/3. לפי שלב II: $\frac{7}{15}-\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$. נחזור על שלב I עבור 2/15. נקבל 1/8. נחזור על שלב II נקבל: $\frac{2}{15}-\frac{1}{8}=\frac{1}{120}$. שלב IV: $\frac{7}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{120}$.
ב) דרך אחרת: $\frac{7}{15}=\frac{5+2}{15}=\frac{5}{15}+\frac{2}{15}=\frac{1}{3}+\frac{2}{15}$. את השבר 2/15 אפשר לפרק לפי הטבלה שבעמ' 36 נקבל: $\frac{7}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{45}$. או לפי השיטה בתרגיל 4, נקבל: $\frac{7}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$.

(8) א) בכל השברים אפשר לבטא את המונה כסכום המחלקים השונים של המכנה.
ב) (א) $\frac{9}{20}=\frac{5+4}{20}=\frac{5}{20}+\frac{4}{20}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$.
(ב) $\frac{7}{10}=\frac{5+2}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$.
(ג) $\frac{7}{12}=\frac{3+4}{12}=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$.
(ד) $\frac{8}{15}=\frac{5+3}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$.
(ה) $\frac{11}{24}=\frac{8+3}{24}=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}$.
(ו) $\frac{11}{30}=\frac{10+1}{30}=\frac{1}{3}+\frac{1}{30}$.
(ז) $\frac{11}{28}=\frac{7+4}{28}=\frac{1}{4}+\frac{1}{7}$.
(ח) $\frac{12}{27}=\frac{9+3}{27}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$.

(9) ד) יש לבטא את המונה כסכום של המחלקים השונים של המכנה. אם אין אפשרות לעשות זאת, אפשר להרחיב את השבר, בדרך-כלל הפיכת המכנה לזוגי על-ידי כפל ב-2 מאפשרת זאת.

שיעור שלישי: פעולת כפל, עמ' 39

בסיס הכפל במצרים היה פירוק כל מספר כסכום של חזקות של 2.

מספרים במצרים העתיקה

תשובות והערות לתרגילים:

(1) א) טור A - חזקות של 2. ב) טור B - בשורה ראשונה מופיע אחד מגורמי המכפלה, הגדול מביניהם. בשורות האחרות - תוצאות המכפלות בחזקות של 2. ג) על-ידי כפל ב- 2. ד) השורות המסומנות בטור C מתאימות לחזקות של 2 המופיעות בפירוק הגורם הקטן של המכפלה והרשומות בטור A.
ה) התוצאה היא סכום המספרים בתאים של טור B בשורות המסומנות בטור C.

(2) א) סכום המספרים בתאים בטור A הוא 63. ב) המכפלה 6507. (התאים בטור א' 1+2+8+16=27).
ג) מכפלה של 92 בכל מספר הקטן מ- 127. (1+2+4+8+16+32+64=127). ד)

A	B	C
1	45	
2	90	V
4	180	
8	360	V
16	720	
32	1440	V
	1890	**תוצאה**

(3) א) $1 + 16 + 32 = 49$. ב) אפשר לפרק כל מספר לפירוק יחידי כסכום של חזקות של 2.
ד) שיטת הכפל מבוססת על חוק הפילוג של הכפל מעל החיבור. לדוגמה בתרגיל 2 ה' קיבלנו :
$42\times45 = 45(2 + 8 + 32) = 90 + 360 + 1440 = 1890$.

שיעור רביעי: פתרון משוואות, עמ' 41

בעמודים אלה מוצגות שתי שיטות לפתרון משוואות ממעלה ראשונה. הראשונה המבוססת על "היפטרות משברים" והשנייה מבוססת על שיטת ההצבה השקרית, שמצויה גם בתרבויות אחרות.

תשובות והערות לתרגילים:

(1) א) $\frac{2}{3}+\frac{1}{15}+x=1 \Leftarrow x = 4/15$.

ב) כאשר כופלים את שני האגפים ב- 15 נפטרים מהשברים. מקבלים $10 + 1 + 15x = 15$.
משמעות שורת העזר היא $15 - 10 - 1 = 4$, כלומר $15x = 4$, מכאן $x=\frac{4}{15}=2\cdot\frac{2}{15}$.

ג) $\frac{1}{5}+\frac{1}{15}=2\cdot(\frac{1}{10}+\frac{1}{30})=2\cdot\frac{2}{15}$.

ד) המשוואה היא $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+x=1$, או $5 + 1 + 15x = 15$. מכאן $15x = 7$.
$\frac{7}{15}=\frac{6+1}{15}=\frac{2}{5}+\frac{1}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{1}{5}+\frac{2}{15}=\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{120}$.

(2) ב) היחס $3 : 1$. ב) כדי להיפטר מרבע. ג) כפל של 3 בחזקות השונות של 2. (תרגיל 2 בעמ' 39).
ד) 12. בדיקה של התוצאה בעזרת כפל בטבלה, בדומה לתרגיל 2 בעמ' 39. ו) $x+\frac{1}{4}x=15 \Leftarrow x=12$.

ז)

טבלה א'

	1	5
	1/5	1
	2+1/5	11

5 הצבה שקרית

טבלה ב'

	1	11
	2	22

היחס הוא 2

טבלה ג'

√	1	2
	2	4
√	4	8

פעמיים 5 הם 10

טבלה ד'

	1	10
√	2	20
√	1/5	2
		22

בדיקה